

Tilburg University

Knelpunt en kostprijs

Vissers, Antonius Gerardus

Publication date:
1973

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication in Tilburg University Research Portal](#)

Citation for published version (APA):
Vissers, A. G. (1973). *Knelpunt en kostprijs: kanttekeningen bij de theorie van het rationele producentengedrag*. [Tilburg University]. [s.n.].

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

KNELPUNT EN KOSTPRIJS

A. G. VISSERS

KNELPUNT EN KOSTPRIJS

kanttekeningen
bij de theorie van het
rationele producentengedrag

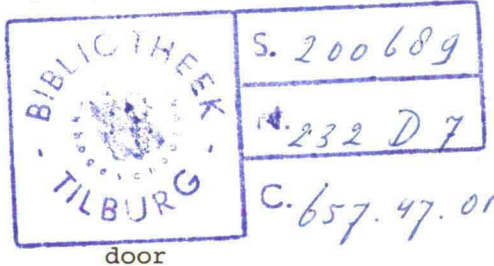
A.G.Vissers.

KNELPUNT EN KOSTPRIJS

kanttelingen
bij de theorie van het
rationele producentengedrag

PROEFSCHRIFT

ter verkrijging van de graad van doctor in de economische wetenschappen aan de Katholieke Hogeschool te Tilburg, op gezag van de Rector Magnificus Prof.Dr.C.F.Scheffer, in het openbaar te verdedigen ten overstaan van een, door het College van Dekanen aangewezen Commissie in de aula van de Hogeschool op Donderdag 7 juni 1973 te 17.00 uur.



COMP

Antonius Gerardus Vissers

geboren te Eersel

Promotor : Prof.Dr.J.A.Geertman

Druk : Katholieke Hogeschool, Tilburg.

VOORWOORD

Wie het doel van het economisch handelen van de onderneming gelegen ziet in maximering van winst, en winst definiëert als het positieve verschil tussen omzet en kosten, ziet zich voor de vraag geplaatst, wat onder "kosten" moet worden verstaan.

In de populaire uitdrukking : "de cost gaet voor de baet uyt", weerklinkt iets van de tegenstelling tussen input en output; het is alsof de cost met de inputfactoren en de baet met de outputprodukten is verbonden, waarbij de relatie tussen beiden weer te geven zou zijn door de produktiefunctie.

Het is deze zienswijze, welke de historische ontwikkeling van de "Kostenrechnung" zo lang deed stilhouden bij het vraagstuk van de verdeling der kosten, bij het probleem van de afwenteling der kosten van de kosten-veroorzakers op de kosten-dragers, hetgeen een speurtocht naar een zogenaamde "normale produktie" met zich bracht.

De bedoelde oorzaak/gevolg relatie met haar accentuering van de causa efficiëns moge van betekenis zijn in de technische onderbouw, in de orde van executie of uitvoering dus, maar in de economische bovenbouw, in de orde van intentie of programmering dient de nadruk te vallen op de causa finalis, op de doel/middel relatie.

Waar het in de economie om gaat is de bevrediging van menselijke behoeften, - d.i. van de vraag naar tegenwoordige goederen met behulp van de voorradige toekomstige goederen - zodat dus het totaal van de behoeften aan doelgoederen richtinggevend is voor de aanwending van het totaal der voorraden van middelgoederen.

Gezien het feit dat wij niet leven in een paradijs maar in een wereld waarin alles en allen beperkt zijn, zal de directe vraag naar outputprodukten als indirecte vraag naar inputfactoren hier en daar zogenaamde knelpuntsituaties doen ontstaan.

Wellicht zal men ons nu willen voorhouden, dat zodra de onderneming "variabele kosten" kan maken, deze doelstelling vervangen moet worden door het streven naar maximering van "contribution" (variable profit, bruto winst, Deckungsbeitrag), zijnde het positieve verschil tussen omzet en variabele kosten.

Eerlijkheid gebiedt ons te bekennen, dat het begrip "variabele kosten" in deze context ons nimmer duidelijk geworden is (evenmin als het begrip "constante kosten"), en elke berekening van een "contribution margin" voor een of ander product ons immer duister gebleven is.

Niet dat wij onbekend zouden zijn met de gedachte van "Direct Costing", van grenskosten-calculatie of "Deckungsbeitragsrechnung" in de zin van "Teilkosten-rechnung", of onbekwaam zouden zijn om in de handel (waar deze theorie van D.C. is ontstaan) de verkoopprijs te verminderen met de inkoop-prijs van dat product.

Wat al te zeer stoelt n.o.m. deze theorie op een verwarring van de begrippen rentabiliteit en liquiditeit, en wordt daarin het onderscheid tussen "variabele" en "constante" kosten gebaseerd op de vraag, of bepaalde kosten wel of niet het karakter van geld-uitgaven hebben.

Ligt het niet méér voor de hand om bij de problematiek van de allocatie van inputfactoren, in de micro-economische theorie van het rationele producentengedrag, in eerste instantie uit te gaan van een "gegeven complex van bezittingen" (constraints) en daaronder dan niet enkel de stocks van reële of fysieke, maar ook de voorraad van monetaire of financiële middelen te begrijpen, d.w.z. de weg te kiezen die al enige tijd - zij het met een andere doelstelling en methodiek - gevolgd wordt in de financierings-literatuur?

Hiermee bedoelen wij die situaties, waarin het beperkt zijn (of absolute schaarste) van een stock- of voorraadgrootheid uitgroeit tot een beperkend worden (of relatieve schaarste) m.b.t. een flow- of stroomgrootheid; m.a.w. gevallen, waarin een "constraint" (restrictie) gaat fungeren als een 'bottle neck' (knelpuntsfactor, minimumfactor, key-factor, Engpasz).

Alleen in die situaties bestaat er een keuzeprobleem omdat alleen dan het richten van dit middel op de ene vraag inhoudt een voorbijgaan aan de andere behoeften; alleen in die situaties bestaat er een economisch probleem, een vraagstuk van allocatie, een probleem van waardering, een vraagstuk van kosten.

Cost kan daarom niet anders begrepen worden dan als opportunitetskosten, en o.i. niet anders gemeten worden dan als baet, welke verkregen zou kunnen worden in de beste van de niet-gerealiseerde toepassingsrichtingen; cost staat voor "Entgangenen Nutzen", d.i. de baet van de "next best opportunity".

Bedacht dient hierbij te worden, dat de laagst-gewaardeerde der te realiseren toepassingsrichtingen de dichtstbijzijnde buurman is van de hoogst-gewaardeerde der niet te realiseren gebruiksmogelijkheden (Eugen Schmahlenbach) zodat dus "trade on the margin" plaats heeft.

Vanzelfsprekend houdt zulks in, dat de betreffende knelpuntsfactor slechts deze "marginal cost" inbrengt in elk der hoger gewaardeerde toepassingsrichtingen, waardoor aldaar dus een "opportunity rent" in de zin van de theorie der differentiële grondrente (David Ricardo) gerealiseerd kan worden.

Dit alles impliceert o.i. dat het hoofddoel van de onderneming moet geacht worden gelegen te zijn in de maximering van omzet (revenu), hetgeen neerkomt op maximering van bedoelde "opportunity rent".

In dit geschrift zullen bovenstaande gedachten enigszins uitgewerkt worden voor zover zulks de "Kostenrechnung" en niet de "Investitions-rechnung" betreft.

Het originele dient hierbij niet gezocht te worden in de materie -welke gemeengoed van de micro-economische handboeken is - maar veeleer in de aanpak waarmee, zo hopen wij, toch een dienst bewezen wordt aan de beoefenaren van de economische wetenschap, of tenminste aan hen, die zich in deze "scientia media" zouden willen bekwamen.

Voor dit complex van middelen, de "factor mix", is dan te bepalen welke "product mix" als optimaal moet worden beschouwd en welke waarde daaruit resulteert voor elke factor afzonderlijk, een waarde welke positief zal zijn voor de "economische middelen" of knelpuntsfactoren, en nihil zal zijn voor de andere, relatief niet schaarse doch "vrije middelen".

In het algemeen laat zich aannemen - zeker wanneer men onder de mogelijke outputproducten ook zogenaamde beleggingsmogelijkheden opneemt - dat ook de geldvoorraad zich onder de knelpuntsfactoren zal bevinden, m.a.w. dat de waarde (indirekte opbrengstwaarde) van de geld-eenheid boven haar nominale waarde gelegen zal zijn.

In tweede instantie kunnen de (via de "dual") berekende opportuniteitskosten dan richtinggevend zijn bij de vraag, hoe door aan- en verkoop van reële productiefactoren - gepaard gaande met af- en toename van geldmiddelen - te geraken is tot een betere harmonie binnen de "factor mix", d.w.z. hoe te komen is tot een "ideaal complex" dat gekenmerkt wordt door de omstandigheid dat daarin elke "constraint" als "bottle neck" fungeert.

In derde instantie kunnen de, binnen dit ideaal complex berekende opportuniteitskosten weer op hun beurt uitgangspunt zijn voor de beantwoording van de vraag, of en hoe de betreffende onderneming zich in een volgende planning periode moet uitbreiden door het aantrekken van nieuwe financieringsmiddelen of anderszins.

De aandachtige lezer zal begrepen hebben, dat in deze "stufentheorie" van het rationele producentengedrag geen plaats is ingeruimd voor "variabele kosten" in de gebruikelijke zin, maar wel voor "variabele produktiefactoren", d.w.z. voor reële of fysieke middelen, welke (in de tweede fase) te verkrijgen zijn in ruil voor monetaire middelen, d.i. in ruil voor een mindering van de geldvoorraad.

INHOUD

blz.

Inleiding	1
 HOOFDSTUK I NEO KLASSIEKE PROGRAMMERING	 17
1. Inleiding	17
2. Short Run; technisch aspect	18
3. Short Run; economisch aspect	23
4. Short Run; rentabiliteits-optimum	27
5. Deelbaarheid van de grondvoorraad	32
6. Vermeerderbaarheid van de grondvoorraad	34
7. Nabeschouwing	38
8. Long Run; technisch aspect	39
9. Long Run; economisch aspect	47
10. Long Run; rentabiliteits-optimum	51
 HOOFDSTUK II EVENWICHT IN DE LONG RUN	 59
11. Credo	59
12. Neo-physiocratische programmering	62
13. Neo-mercantilistische programmering	72
 HOOFDSTUK III EVENWICHT IN DE SHORT RUN	 79
14. Inleiding	79
15. De "primal"	84
16. De "dual"	91
17. De "primal" (vervolg)	98
18. De "dual" (vervolg)	106
 NAWOORD	 113
SUMMARY	117
LITERATUUR	121

INLEIDING.

"De beoefening der bedrijfshuishoudkunde is een gevolg van het streven naar arbeidsverdeling op het gebied der wetenschap".¹⁾ Hoe nuttig arbeidsverdeling ook kan zijn, zij brengt ook problemen op het gebied van de communicatie met zich mee, en schept het gevaar van een te ver gaande verzelfstandiging, eventueel van ontkoppeling en verstarring.

Het wil ons voorkomen, dat met name de kostprijs-theorie gedurende lange tijd sterk achtergebleven is bij de ontwikkeling van de economische theorie in het algemeen, en nog te zeer verwantschap toont met de klassieke prijs-theorie in het bijzonder.

In de terminologie van Francis Bacon geformuleerd, men zou de indruk kunnen krijgen, dat de bedrijfs-economie nog steeds eerder beoefend wordt "for the glory of the creator" dan "for the relief of man's estate".

Zeker niet ten onrechte wordt de klassieke economie verweten, dat haar waarde-en prijs-theorie een objectivisme verraadt met een dubbel gezicht, hetwelk zich weerspiegelt in de begrippen van objectieve gebruikswaarde of "nut" enerzijds, en van objectieve ruilwaarde of "prijs" anderzijds.

De objectieve gebruikswaarde is geen economische, maar een zuiver technische waarde, aanwezig zodra de fysieke kwaliteiten van het object dit geschikt doen zijn voor het vervullen van een of andere technische functie.

Een economische of subjectieve gebruikswaarde zou daarentegen gebaseerd zijn op verwachtingen van een subject, en een meer persoonlijke taxatie moeten zijn van het nut, dat zulk een object hem zou kunnen opleveren in het integrale kader van subjectieve behoeften.

1) Th. Limperg Jr.

"De betekenis der bedrijfshuishoudkunde voor de Accountant". Maandblad voor Accountancy en Bedrijfs-huishoudkunde, October 1929.

Door de klassieke objectivering van het nut wordt de economische wetenschap -- als "scientia media" geflankeerd door wetenschappen van natuur en cultuur -- gereduceerd tot een technische wetenschap, waar de productie op de voorgrond, en de behoefte of afzet op de achtergrond staat.

Uitgedrukt in het beeld van een bedrijfskolom zou men kunnen zeggen, dat de klassieke economen geen verschil gezien hebben tussen de richting van de waarde-afleiding van de goederen en de richting van de technische voortstuwung van deze objecten. De oorsprong van alle waarde werd door hen gevonden in de sector der originele productie, bij de agrarische productie-factoren, waar zij getroffen werden door de tegenstelling tussen "grond" en "arbeid", door het contrast tussen de gave van de Schepper en de inspanning van de Mens.

Wat de objectieve gebruikswaarde betreft, deze wordt aan beide input-factoren toegekend, waarbij wordt verondersteld dat de "grond" slechts voor een enkele technische toepassings-richting - de productie van "corn" - geschikt is, doch de "arbeid" meerdere "alternative uses" kent.

Wat echter de objectieve ruilwaarde betreft, -- en hier stuiten zij op het gebied van kosten en prijzen --, deze wordt uitsluitend aan de "arbeid" toegedacht; zulks niet vanwege het genoemde onderscheid tussen grond en arbeid op basis van de mogelijkheden van "gebruik", maar vanwege een onderscheid op basis van "verbruik".

De gave van de Schepper -de grond- is de superieure, de constante productie-factor, welke door het "gebruik" geen "verbruik" kent, en bijgevolg geen reproductie behoeft, kortom de eeuwige "stock" of voorraad-factor.

De inspanning van de Mens -de arbeid- is de inferieure, de variabele input-factor, waarvan het "gebruik" steeds met een "verbruik" gepaard gaat, zodat doorlopend regeneratie vereist is, kortom de eeuwige "flow" of stroom-factor.

Voorbijgaande aan de vraag, hoe in dit klassieke stelsel nu de prijs van arbeid zelf bepaald wordt, stellen wij vast, dat

deze economen de kostprijs van het output-product bepaald zien door de hoeveelheid arbeid, welke in maatschappelijk of objectief opzicht noodzakelijk geacht moet worden voor de voortbrenging van dat eindproduct.

De kostprijs is objectief-sociaal bepaald, en fungeert als het baken, waarop zich het aanpassingsproces van de markt zal oriënteren zo, dat uiteindelijk de prijs van het produkt via dit markt-mechanisme zal samenvallen met haar kostprijs.

De kostprijs is de long-run of normatieve prijs, de "natural or normal price", waarvan de short-run of feitelijke marktprijs wel tijdelijk iets kan afwijken, maar aan welke incidentele deviaties toch geen aandacht behoeft geschonken te worden.

Niet de "ordre positif" maar veeleer de "ordre naturel" heeft de belangstelling van de klassieke economen, een gevolg wellicht van het professionele milieu waaruit hun voorgangers als Francois Quesnay en Adam Smith zijn voortgekomen.

Steunt immers deze klassieke theorie van prijs en kostprijs niet enerzijds op het beeld van een kringloop of circulatie in medisch-biologisch opzicht, en anderzijds op de conceptie van het "Justum Pretium" van de scholastieke wijsbegeerte? De "ordre naturel" is de uiteindelijke evenwichts-toestand, waarin door gelijkheid van prijs en kostprijs alle economische subjecten geworden zijn tot "entrepreneurs ne faisant ni bénéfice ni perte"; een nirwana van subjecten, waarvan alle stoffelijke beperking ("constraint") en waar-tussen dus alle specifieke onderscheiding is weggevallen.

Men kan zich afvragen, of deze klassieke economen nog wel een onderscheid hebben gezien tussen deze toestand zelf en het mechanisme, dat als een "invisible hand" de bestaande "ordre positif" zal leiden tot de ideale "ordre naturel".

Zeker is dat, zodra de stoffelijke beperking wordt ingevoerd in de vorm van een natuurlijke beperktheid van "grond" met uiteenlopende graad van vruchtbaarheid, deze klassieke theorie zich in moeilijkheden bevindt.

In zijn theorie van de "differentiële grondrente" komt David Ricardo tot de conclusie, dat de prijs niet langer tendeert naar de kostprijs, en dat de eigenaar of bezitter van grond met intra-marginale vruchtbaarheid een "rent" als inkomen verwerft, dat niet als "cost" van productie beschouwd kan worden, maar een "arbeidsloos inkomen" vormt.

"Corn is not high because a rent is paid, but rent is paid because corn is high", schrijft hij sprekend over de prijs van graan, waarbij Alfred Marshall aantekent:

"the term "corn" was used by them (the classics) as short for agricultural produce in general". ²⁾

De introductie van de beperktheid van bezit of voorraad ("constraint") heeft in de klassieke economie de eenheid of vrede tussen de theorieën van productie en distributie, van kosten en inkomens verbroken.

Vragen wij ons niet af, in hoeverre hierdoor de "road to serfdom" met theorieën van klassestrijd en uitbuiting werd geopend, maar veeleer of de klassieke interpretatie van het begrip "schaarste" correct genoemd kan worden.

Lionel Robbins heeft de economie eens gedefiniëerd als "the science which studies human behavior as a relationship between ends and scarce means which have alternative uses". ³⁾

Wie met de klassieke economen van mening is, dat "beperktheid" van bezit en "schaarste" begrippen zijn met gelijke betekenis, en "schaarste" bijgevolg beschouwt als een immanente eigenschap waardoor op voorhand reeds een onderscheid tussen "vrije" en "economische" goederen is te construeren, hij maakt zich

2) Alfred Marshall:

"Principles of Economics" (8 ste druk, pag.509, noot)
Macmillan & Co. London, 1947.

3) Lionel Robbins :

"Essay on the nature and significance of economic science",
London, 1952. (pag. 16)

schuldig aan een objectivisme waarbinnen geen plaats kan zijn voor "human behavior". 4)

Gevolg van zulk een interpretatie is, dat de economie niet langer een "managerial science" vormt, doch een mechanisch-technische wetenschap wordt, waarin de economische wetten gereduceerd zijn tot natuurwetten, en het onderscheid tussen "intentie" (ex ante) en "executie" (ex post) is vervallen.

De term "scarce means" kan alleen dan correct verstaan worden, indien een onderscheid gezien wordt tussen "bezit" en "gebruik", een dichotomie, welke essentieel verschilt van het klassieke onderscheid tussen "gebruik" en "verbruik".

Elk "bezit" is kwalitatief alsook kwantitatief voorwerp van objectief-technische beschouwing, maar elk "gebruik" echter onderwerp van subjectief-economische beslissing.

Uit de technische of fysieke geaardheid van het "bezit" zal de huisvader of de bewindvoerder de verzameling van de bereikbare mogelijkheden van "gebruik" - de "feasible region" - bepalen, hetgeen men het technische of objectieve aspect van de besluitvorming kan noemen.

En eenmaal deze "feasible region" der gebruiks-mogelijkheden kennend zal hij, uitgaande van het subjectief gekozen doel, bepalen welke aanwending uit deze verzameling van potenties nu tot act gebracht dient te worden.

Het is dit economische of subjectieve aspect van de besluitvorming, waardoor ex ante komt vast te staan, welk kwalitatief en kwantitatief "gebruik" gemaakt zal worden van de potenties van het "bezit".

Eerst door deze beslissing wordt vastgesteld, welke der beperkt voorradige middelen van uitwendige aard ("constraints")

4) Typisch o.i. is de wijze, waarop het gegeven citaat van Lionel Robbins is weergegeven door Prof. Dr. H.J. van der Schroeff, in het opstel: "Bedrijfs-economische Keuze-problematiek", in de bundel: "Kernproblemen der Bedrijfseconomie". Elsevier, Amsterdam, 1966. (pag.2)

een "full employment" zullen kennen en bijgevolg "scarce means" of "economische goederen" - knelpuntsfactoren, "bottle necks" - zullen zijn.

Alleen door de planning of programmering wordt uitgemaakt, welke middelen uit het beperkt beschikbare fonds van potentiële prestaties nu als dragers van waarden en veroorzakers van kosten gezien kunnen worden, en om die reden bij de executie of uitvoering van het vastgestelde plan met zuinigheid of efficiency gehanteerd moeten worden.

De orde van de planning of intentie kent het "economic management" onder het motto: "men moet de tering naar de nering zetten", waarbij de afzet- of opbrengstenzijde primair en de productie- of kostenzijde secundair is.

De orde van de uitvoering of executie - haar noodzakelijk complement - kent daarentegen het "scientific management" onder het motto: "de cost gaet voor de baet uyt", waarbij de "cost" vanzelfsprekend alleen op het gebruik van knelpuntsfactoren betrekking kan hebben.

Dit subjectieve of economische kostenbegrip, gebaseerd op het "gebruik" van knelpuntsfactoren is duidelijk iets anders dan het objectieve of technische kostenbegrip, gebaseerd op het al of niet genormeerde of gestandaardiseerde "verbruik" van de een of andere productie-factor.

Niet de relatie tussen "verbruik" en "gebruik" verdient de aandacht, maar de relatie tussen "bezit" en "gebruik", m.a.w. de mogelijkheid dat niet alle voorradige productie-factoren tevens knelpuntsfactoren zullen zijn.

Deze mogelijkheid is het, die in de traditionele kostprijs-theorieën en administratie-methoden niet werd verdisconteerd, waardoor deze de indruk wekken gebaseerd te zijn op de fictie van een perfecte mobiliteit van productie-factoren in de samenleving.

Boekhouden en Huishouden dienen hand in hand te gaan, opdat zal gelden: "wie schrijft, die blijft", maar voor een huishouding

kan een boekhouding alleen dan een "tool of management" zijn wanneer haar kostenbegrip in de orde van de executie geheel overeenstemt met het schaarste-begrip in de orde van de intentie.

Door een correcte interpretatie van het schaarste-begrip kan de kloof tussen het begrip "objectieve ruilwaarde of prijs" van de klassieke economen en het begrip "subjectieve gebruikswaarde of nut" van de oostenrijkse economen overbrugd worden.

Laatstgenoemde, subjectieve waarde-theoretici - waarvan wij speciaal Eugen von Böhm Bawerk en Friedrich von Wieser willen vermelden - funderen de waarde van een bevredigingsmiddel of eindproduct op de nuttigheid, welke het individuele subject aan dit object zal toekennen binnen het integrale patroon van zijn particuliere omstandigheden.

Wij betreuren het, dat zij in hun waarde-theorie een onderscheid gemaakt hebben tussen consumptie- of tegenwoordige goederen enerzijds en productie- of toekomstige goederen anderzijds, een onderscheid dat uitgegroeid is tot een scheiding tussen gezins- of inkomensverterende huishoudingen aan de ene kant en bedrijfs- of inkomensvormende huishoudingen aan de andere kant van de markt.

Wat de Oostenrijkers hebben willen zeggen is, dat de richting van de economische waarde-afleiding tegengesteld is aan die van de technische voortstuwing der goederen in de bedrijfskolom; een bewering welke lijnrecht tegenover de opvatting van de Klassieke School staat maar evenmin houdbaar is.

Het wil ons voorkomen, dat men vanuit de gedachte aan een functionele samenhang tussen goederen binnen een individuele huishouding niet kan overstappen op de idee van een causale samenhang tussen huishoudingen op een bepaalde goederenmarkt.

Een integraal evenwicht op het gebied van velerlei waarden -subjectieve gebruikswaarden- onderscheidt zich toch essentieel van een partiëel evenwicht op het gebied van een enkele prijs -objectieve ruilwaarde-, zoals het horizontale verschilt van het verticale.

Bezien wij deze subjectieve waarde-theorie eens nader, en richten wij daarbij de aandacht allereerst op de waarde-bepaling van de "tegenwoordige goederen" of eindproducten, d.w.z. die goederen, welke geschikt geacht worden voor het uiteindelijke doel of "finis ultima", bestaande uit de bevrediging van de menselijke behoeften van de gezins-huishouding.

Ter verkrijging van een systematisch geheel zullen wij in navolging van Böhm Bawerk hier gebruik maken van enige casus-posities.

I. Indien er sprake is van een gefixeerd "bezit" van een object of goed binnen een individuele huishouding, waaraan door het betreffende subject slechts één enkele richting van "gebruik" wordt toegekend, geldt m.b.t. dit gebruik de psychologische ervaringswet of eerste wet van H.H. Gossen, t.w. "Das Gesetz der Genusz-abnahme".

Onder "Genusz" wordt hier het zogenaamde "grensnut" verstaan, d.w.z. de subjectieve gebruikswaarde, zijnde de waarde welke dit subject toekent aan de marginale eenheid van "gebruik".

Ook al is er geen reden te noemen, waarom deze marginale eenheid van "gebruik" steeds ook de marginale eenheid van "bezit" zou zijn, toch bouwt Böhm Bawerk zijn betoog verder op in de veronderstelling dat de marginale eenheid van "bezit" steeds een positief grensnut heeft.

Anders gezegd, stilzwijgend wordt door hem aangenomen, dat het subject het object van bezit als een "knelpuntsfactor" beschouwt, en de objectieve beperktheid van voorraad dus subjectief als een beperking in zijn streven naar behoefte-bevrediging ervaart.

II. In de volgende casus-positie combineert Böhm Bawerk nu deze idee van "scarce means" met de gedachte aan "alternative uses" of "opportunities".

Zodra aan het onderhavige object door het subject alternatieve gebruiks-richtingen worden toegedacht, geldt voor zijn rationeel handelen mede de economische of tweede wet van H.H.Gossen, t.w. "Das Gesetz des Genusz-ausgleichs".

Het "Genusz" wordt thans gedetermineerd door de subjectieve gebruikswaarde, welke aan deze marginale eenheid van gebruik zou zijn toegekend in "the next best opportunity", welke waarde als "Entgangenen Nutzen" of "Substitutionswert" bekend staat. ("Opportunity Cost").

III. Tenslotte vervangt Böhm Bawerk de hypothese van "fixe voorraad" in het bezit van de individuele huishouding door de hypothese van een vermeerderbaarheid via ruil op de markt.

In deze casus-positie - waarin de "Wet der Grensparen" ontwikkeld wordt in het kader van de bekende paardenmarkt - ziet hij de "marktprijs" ontstaan uit de "Substitutionswert", welke de nog niet geheel bevredigde huishoudingen als vragende subjecten op de markt toekennen aan dit object, waarvan de grootte van maatschappelijk "bezit", dus de omvang van marktvoorraad, een datum is.

De marktprijs is de, middels een "choc des opinions" tot stand gekomen objectivering van alle subjectieve "Substitutionswerten", welke t.a.v. dit bevredigingsmiddel bij de marktpartijen bestonden.

De marktprijs is tevens de poort, via welke de geobjectiveerde "Substitutionswert" van het middel ter consumptie wordt binnengevoerd in de sector der productie, waar zij dan de "Ertragswert" voor de bedrijfs-huishouding is.

Deze casus-positie, waarin de sectoren van consumptie en productie aan elkaar gekoppeld worden middels het mechanisme van vraag en aanbod, is de kritische fase in de constructie van de subjectieve waarde- en prijstheorie.

Kan men eigenlijk wel blijven spreken van slechts één enkel bevredigingsmiddel, waar het begrip "ruil" toch uit de aard der zaak voor elke huishouding een uitwisseling tussen twee verschillende goederen (inbegrepen het geld) betekent ?

Moet men niet elke subjectieve gebruikswaarde, elk "Genusz" of "grensnut", veeleer zien als een verhoudingsgetal tussen

de intensiteit van subjectieve verlangens naar het ene en het andere goed binnen de grenzen van een individuele huishouding ?

Alvorens hierop in te gaan, richten wij onze aandacht op de waardebepaling van de "toekomstige goederen", d.w.z. die goederen, welke geschikt geacht worden voor het tussendoel of "finis intermedia", bestaande uit de voortbrenging van de uiteindelijke bevredigingsmiddelen.

IV. Wederom wordt door Böhm Bawerk allereerst aangenomen, dat de individuele huishouding beschikt over een gefixeerd "bezit" van een object of goed, waaraan dit subject slechts één enkele richting van "gebruik" toekent.

Verondersteld wordt, dat het object bestaat uit een drietal technisch verschillende productie-middelen (A,B,C), in strikte complementariteit met elkaar verbonden, welke combinatie slechts bruikbaar geacht wordt voor de productie van één enkel soort consumptie-middel (D).

De sub. III op de afzetmarkt tot stand gekomen marktprijs voor dit "specifieke eindproduct" (D) wordt gezien als de "Ertragswert" -te stellen op 150 - van deze complementaire productieve combinatie.

Friedrich von Wieser heeft deze productie-middelen, welke dus geen alternatieve toepassings-mogelijkheden kennen, "Spezifische Produktionsmittel" gedoopt, zulks ter onderscheiding van de zogenaamde "Kostenproduktiv-mittel", d.w.z. productie-goederen welke

"eine vielfältige Verwendbarkeit besitzen und zugleich so reichlich vorkommen, dass ihre Verwendbarkeit nach viele Richtungen hin ausgenützt werden kann."

Moeten wij hieruit concluderen dat in het onderhavige geval, waarin geen gebruik gemaakt wordt van enig "Kosten-produktiv-mittel", de productie van het specifieke eindproduct (D) zonder enige kosten geschiedt ?

Duidelijk is in elk geval wel, dat Böhm Bawerk de "toerekening" (Zurechnung, Imputation, Attribution) van de "Ertragswert" (=150) over de drie genoemde "Spezifische Produktions-mittel" (A,B,C) -de zogenaamde "Spezifische Zurechnung" - voor onoplosbaar houdt.

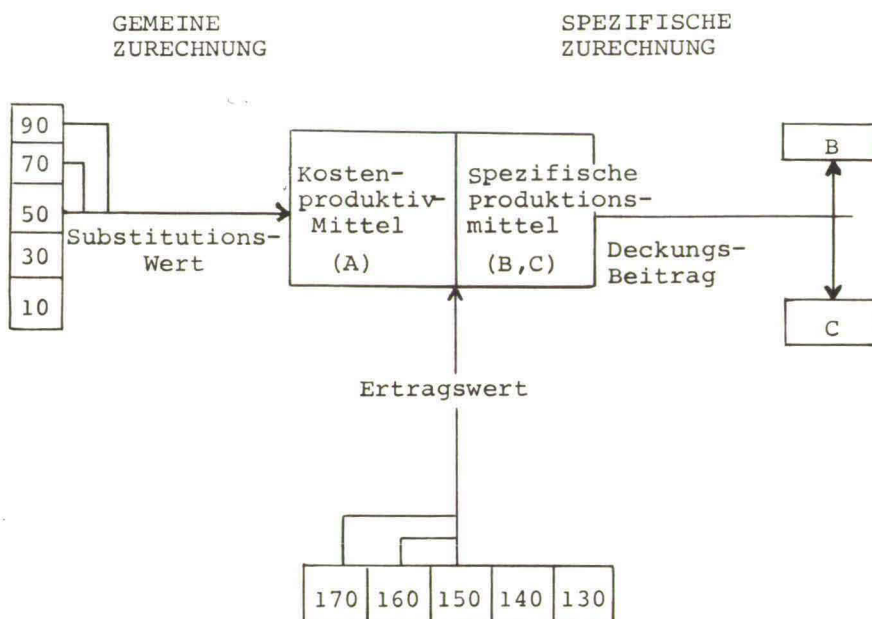
V. In tweede instantie wordt door hem de suppositie van "fixe voorraad" en enkelvoudige aanwendings-richting vervangen door de veronderstelling, dat één van de complementaire productiemiddelen (bij voorbeeld: A) "alternative uses" kent, en dus "Kosten-produktiv-mittel" is.

Zijns inziens zal zulk een productie-middel bijgevolg een "Substitutionswert", bepaald door haar "Grenzprodukt" in "the next best opportunity", kennen en als waarde of kosten uitstralen naar alle productieve combinaties, waarvan zij een bestanddeel kan vormen.

Deze waarderingsregel, bekend als "Gemeine Zurechnung", wordt door hem enigszins astronomisch geformuleerd waar hij schrijft: "Wie der Mond das fremde Sonnenlicht auf die Erde, so reflektieren die VIELSEITIGE Kostengüter den Wert, den sie von ihrem Grenzprodukt empfangen, auf ihre anderen Produkten."

Het verschil of saldo tussen deze, door de "Gemeine Zurechnung" weerkaatste en sub. II gedetermineerde "Substitutionswert" van het "Kosten-produktiv-mittel" (A) -te stellen op 50 - enerzijds, en de sub. III gedetermineerde "Ertragswert" van de productieve combinatie (ABC) -te stellen op 150- anderzijds, m.a.w. deze "Deckungsbeitrag" of "Contribution" - van 100 - dient toegerekend te worden aan het complex van de "Spezifische Produktions-mittel" (BC).

Een uitsplitsing of opdeling van deze "Deckungsbeitrag" over de bedoelde complementaire productie-middelen zelf (BC), d.w.z. de "Spezifische Zurechnung" blijft Böhm Bawerk echter als onoplosbaar beschouwen.



Friedrich von Wieser heeft op dit leerstuk van de toerekening echter een andere mening, en toont weinig achting voor de "Gemeine Zurechnung" waar hij schrijft:

"Kein Produktions-mittel, auch das wirksamste nicht, bringt für sich allein Ertrag hervor; jedes bedarf stets der Beihilfe anderer".

Het gehele toerekenings-vraagstuk wordt door hem "uno acto" of simultaan tot oplossing gebracht, zonder een onderscheid te maken tussen de wel en de niet kosten-veroorzakende productie-middelen.

Deze methode van oplossing steunt op een stelsel van lineaire vergelijkingen, waarvan het aantal precies gelijk is aan het aantal verschillende productie-middelen, bij voorbeeld:

$$\begin{aligned} A + B + C &= 150 \\ 2A + 2B + 3C &= 340 \\ 3A + B + 2C &= 290 \end{aligned}$$

waaruit volgt, dat $A = 50$; $B = 60$; $C = 40$.

Schijnt hier Friedrich von Wieser te gelukken wat volgens Böhm Bawerk tot mislukken gedoemd was, t.w.

"die Aufteilung der jedem einzelnen Faktor zur verdankenden Ertragsquote" ?

Stellen wij voorop, dat beide Oostenrijkers het begrip "Ertragswert" als uitgangspunt van de "Zurechnung" genomen hebben, en hierbij van "Ertrag" (= "return") spreken doch "Erlös" (= "revenu") bedoelen.

De kwantitatieve bepaling van deze "Ertragswert" (sub.III) komt ons als een "salto mortale" voor, aangezien het te verklaren verschijnsel van marktprijs hier reeds als verklarend verschijnsel wordt gehanteerd.

Het heeft er alle schijn van, dat Böhm Bawerk deze dodensprong nog eens herhaalt op het moment, dat hij het toerekeningsvraagstuk vereenvoudigt door een "Gemeine Zurechnung" op basis van een "Substitutionswert", welke al evenzeer het karakter van marktprijs toont.

Zijn "Spezifische Zurechnung" van de "Deckungsbeitrag" over de beide "Spezifische Produktions-mittel" tenslotte schijnt onoplosbaar door de omstandigheid, dat deze productie-factoren door hem als technische "Kuppel-factoren" worden gezien, waar-door zij a.h.w. slechts één gecompliceerde productie-factor vormen.

De grote verdienste van Böhm Bawerk ligt o.i. hierin, dat hij toch gestreefd heeft naar een "ex ante" benadering van het vraagstuk der economische keuze, waardoor een relatie gevormd wordt tussen waarden enerzijds en kosten anderzijds.

Dit zouden wij niet m.b.t. von Wieser willen stellen, daar wij geen enkele reden aanwezig achten voor het feit, dat het aantal lineaire vergelijkingen precies overeenkomt met het aantal productie-factoren, zolang men in de intentionele orde verkeert.

Met G.Stavenhagen zijn wij van mening, dat:

"Die Kombinationen, von denen Von Wieser ausgeht, sind

nicht Gleichungen von naturalen, sondern von Wertgrößen, in denen schon eine Bewertung der Produktions-elemente vollzogen ist, d.h. die Zurechnung ist bereits gegeben wenn man die Gleichungen ausgewählt hat." 5)

Met George Stigler stellen wij vast:

"Wicksell's well-known criticism of Wieser, that such equations prove only that the "price" of the productive agent is uniform throughout industry, seems quite justified". 6)

Al met al luidt onze conclusie, dat Böhm Bawerk beter nog dan Von Wieser begrepen heeft, dat "Wirtschaften ist Wählen", doch beiden gestruikeld zijn over de drempel tussen individuele huishouding en volkshuishouding.

De oorzaak van dit falen zien wij hierin gelegen, dat zij vanuit de integrale of algemene interdependentie van subjectieve waarden hebben willen overstappen op die partiële of bijzondere samenhang van objectieve prijzen, welke sedert Alfred Marshall bekend staat als "derived demand".

Zou Böhm Bawerk niet meer succes geoogst hebben, indien hij in eerste instantie de prijzen als data van de bedrijfshuishouding zou hebben beschouwd, en uitgaande van deze prijzen en de "fixe voorraden" van productie-factoren(waaronder geld begrepen) zich de vraag gesteld had welk activiteits-programma bij deze "Datenkranz" als economisch optimaal voor executie in aanmerking komt ?

Uitgaande van de opbrengstwaarde van dit programma zou in tweede instantie een "Zurechnung" mogelijk kunnen zijn, waardoor de subjectieve gebruikswaarde van elke productie-factor bepaald zou worden.

Uitgaande van de relatie tussen deze subjectieve nuttigheden en de objectieve prijzen zouden dan in derde instantie wellicht maatregelen genomen kunnen worden, waardoor een aanpassingsproces naar binnen en naar buiten in beweging wordt gezet.

5) G. Stavenhagen:
"Geschichte der Wirtschafts-theorie",
Hoeck & Ruprecht, Göttingen, 1957. (pag. 222).

6) G.J. Stigler:
"Production and Distribution Theories",
Chicago University, 1946.

HOOFDSTUK I

Neo-klassieke Programmering.

1. Inleiding.

Wanneer aan het einde van de negentiende eeuw door Alfred Marshall in zijn "Principles of Economics" de grondslagen gelegd worden voor de "theory of the firm", blijkt zijn aandacht méér gericht op het proces van de prijsvorming van één bepaald goed op de markt, dan op de bepaling van de onderlinge waardeeringen van de componenten van een productieve combinatie binnen een onderneming.

Historisch gezien schijnt dan ook de analyse van het producentengedrag a.h.w. een bijproduct te zijn geweest van de analyse van de prijsvorming.

Deze omstandigheid heeft tot gevolg gehad, dat in de neo-klassieke theorie steeds de onderneming gezien wordt als "mono-product firm" of "Ein-zweck-aggregat", hetwelk technisch dus geen "alternative uses" kent.

De kwantitatieve omvang van deze homogene output wordt als "afhankelijk-variabele grootheid" middels een technisch-objectieve productiefunctie - van agrarische oorsprong - gekoppeld aan en in verband gebracht met de kwantitatieve omvang van een heterogene input.

Wat deze input betreft, het bekende onderscheid tussen "ultra-short", "short" en "long run" suggereert, dat deze input een combinatie betekent van twee en niet meer dan twee productiefactoren.

Worden in de ultra-short run beide inputfactoren door de programmerende ondernemer nog als "constante" productiefactoren beschouwd, in de short run draagt één van beiden het stempel van "variabele" productiefactor, terwijl tenslotte de long run wordt opgevat als die planperiode, lang genoeg om de kwantitatieve omvang van beide "onafhankelijk variabele groot-

heden" te kunnen variëren.

Opgemerkt moet worden, dat het onderscheid tussen variabele en constante productiefactoren, hier in de neo-klassieke theorie gemaakt op basis van de lengte van de planperiode, essentieel verschilt van het onderscheid tussen arbeid en grond, in de klassieke theorie gebaseerd op het "verbruik".

Men mag veilig aannemen dat alle productiefactoren, de grond zowel als de arbeid, t.g.v. hun aanwending in de productie een "verbruik" (bezitsvermindering) zullen kennen, doch dit stempelt deze factoren in de neo-klassieke theorie nog geenszins tot "variabele" factoren.

Slechts die inputfactor, waarvan zich het bezit naar de mening van de programmerende ondernemer tijdens de beschouwde planperiode laat vermeerderen door "aanschaffing", mag als "variabele" factor gezien worden.

Het aspect van de bezitsvermindering t.g.v. verbruik is dus naar de achtergrond verdrongen doordat het aspect van de bezitsvermeerdering d.m.v. aanschaffing op de voorgrond is gesteld.

Deze verandering van begrips-inhoud m.b.t. variabele en constante factoren heeft o.i. onvoldoende aandacht gekregen in de literatuur.

Is dit te verklaren uit de omstandigheid, dat wanneer de neo-klassieken het probleem van de short-run planning analyseren - waarin per definitie beide categorieën van productiefactoren naast elkaar optreden - zij terugvallen op die productiefunctie van de klassieken, waarin de combinatie van arbeid en grond leidt tot het verschijnsel, bekend als de "Wet van de afnemende bodem-opbrengst"?

2. Short Run; Technisch Aspect.

Deze "Law of Diminishing Return" - waarbij A. Marshall terecht opmerkt: "The return is here measured by the quantity of the

produce, not by its value" - was reeds zowel de Physiocraten (Turgot) alsook de Klassieken (Ricardo) bekend¹⁾.

Werd echter door de Klassieken meer de zijde van de input- en het objectieve verschil in "verbruik" tussen arbeid en grond - belicht, de Neo-klassieken zien eerder naar de kwantitatieve samenhang tussen input enerzijds en output anderzijds, d.i. naar de objectieve productie-functie.

In de short-run vormt zij de mathematische uitdrukking voor de kwantitatieve samenhang tussen de volgende drie grootheden:

- a. "variabele input-factor" (Y), eventueel "arbeid" te noemen;
- b. "constante input-factor" (Z), eventueel "bodem" te noemen;
- c. "variabele output-factor" (X), eventueel "corn" te noemen.

Herhaald zij hier, dat men alleen oog heeft voor het kwantitatieve aspect van de productie, en veronderstelt dat de programmerende agrariër kwalitatief geen alternatieve mogelijkheden open staan op het gebied van inputfactoren noch van outputproducten.

Met betrekking tot de verbale formulering van deze productie functie wordt in de literatuur een verschil gezien tussen:

- A. auteurs, welke in navolging van Turgot de nadruk leggen op de "verandering" van variabele input en variabele output;
en
- B. schrijvers, die naar het voorbeeld van Ricardo het accent leggen op de "verhouding" tussen arbeidsvolume en graanproductie.

Anders gezegd, beide groepen van economen hebben het verband tussen de variabele grootheden (Y en X) in het vizier, maar terwijl de eerstgenoemde categorie het "marginale" benadrukt, accentueert de laatstgenoemde groep meer het "gemiddelde", waardoor als het ware een onderscheid zou kunnen gemaakt worden tussen respectievelijk de "Marginale Analyse" enerzijds

1) Alfred Marshall:

"Principles of Economics" pag.149 kantlijn.

en de "Durchschnitts-Analyse" anderzijds.

Nemen wij ter illustratie aan, dat de productie-functie $X = F(y, \bar{z})$
in concreto luidt: $X = - 0,25 y^3 + 6 y^2$ dan zal hieruit

ad.A. door differentiëring $\frac{dX}{dY} = - 0,75 y^2 + 12 y$ en

ad.B. door deling $\frac{X}{Y} = - 0,25 y^2 + 6 y$

verkregen worden.

Tussen deze drie functies bestaat een zodanige verwantschap, dat het irrelevant is, of men nu de weg van de "Total-", van de "Marginal-" of van de "Durchschnitts-analyse" wenst te bewandelen, aangezien in het totaalbeeld reeds alle elementen vervat zijn.

Het corresponderende drietal curven van respectievelijk

T.F.P. (Total Factor Productivity)

M.F.P. (Marginal Factor Productivity)

A.F.P. (Average Factor Productivity)

werd in FIGUUR I geschetst.

Grafisch bestaat de bedoelde verwantschap hieruit, dat

ad.A. de M.F.P. steeds de tangens van de hellingshoek van de raaklijn aan de T.F.P. aangeeft, terwijl

ad.B. de A.F.P. overeenkomt met de tangens van de hellingshoek van de voerstraal naar de T.F.P.

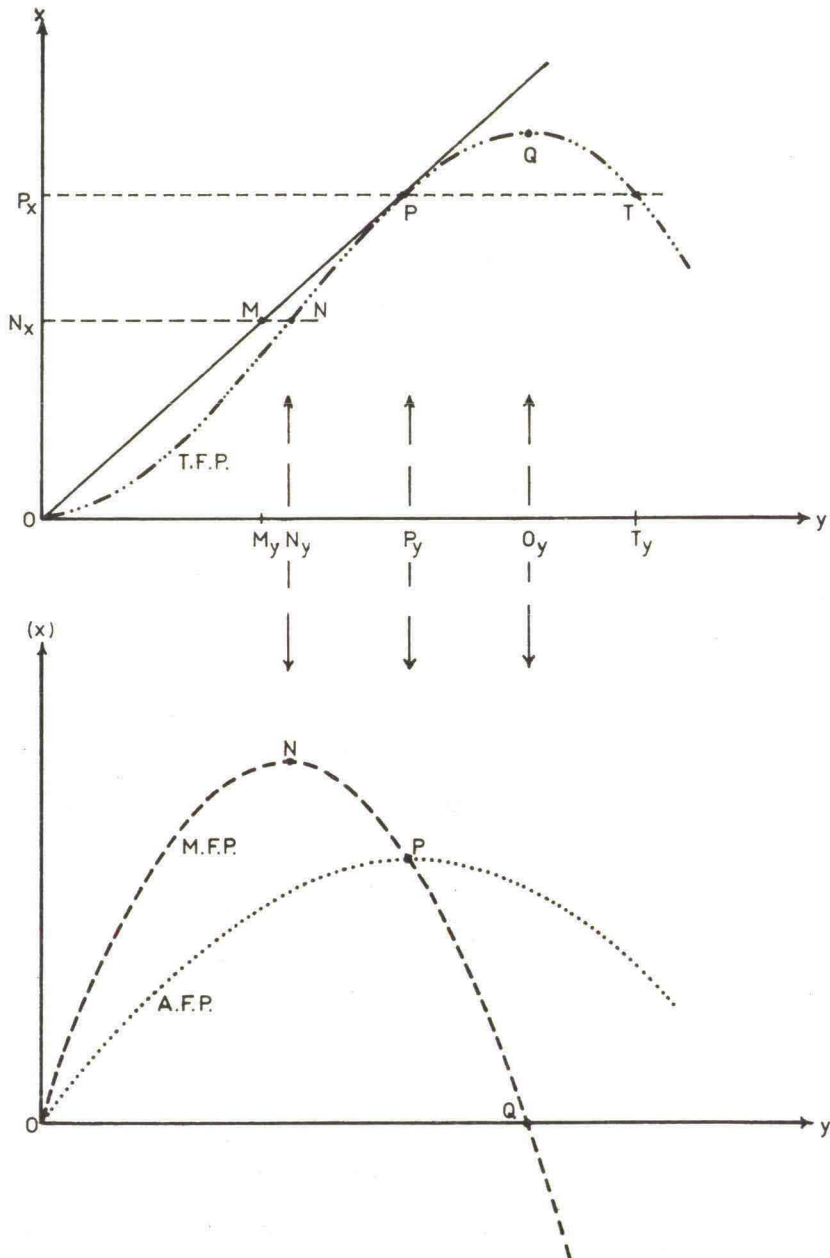
In genoemde FIGUUR I - waarvan de abscis de totale omvang van de variabele inputfactor aangeeft - onderscheidt men met betrekking tot deze productiefactor doorgaans drie stadia.

I. De zône, waarin dit inputvolume (y) groter is dan OQ_y , wordt als het "technisch-irrationele stadium" aangeduid.

Is er immers wel ooit een reden aan te geven om bijvoorbeeld de output van OP_x eenheden "corn" voort te brengen met OT_y i.p.v. met OP_y eenheden van de variabele productiefactor?

Het kritische punt Q wordt als het ware bepaald door de horizontale verbindingslijn PT - in zekere zin als "isoquant" te

FIGUUR I



zien -- als snijlijn met de T.F.P.-curve parallel zo zeer naar boven te verschuiven, dat zij raaklijn wordt aan deze zogenaamde "Ertragskurve".

In het onderstaande moge dit kritieke punt Q -- waar M.F.P. = 0 -- de naam "BEDRIJFS-MAXIMUM" dragen, en het daarop aansluitende technisch-irrationele stadium verder buiten beschouwing gelaten worden.

II. Wat de onderverdeling van de resterende zône OQ betreft, blijkt de opvatting van de volgelingen van Turgot (continentale groep) niet in overeenstemming met die van de aanhangers van Ricardo (angelsaksische groep).

ad.A. De continentale auteurs zien in hun marginale analyse naar het kritieke punt N, verder aan te duiden als "BUIGPUNT". Het is dat punt van Ertragskurve, waar bij vermeerdering van de variabele input de "progressieve" output-vergroting omslaat in een "degressieve".

Met andere woorden, het buigpunt (N) is dat punt van de Ertragskurve, waarin deze T.F.P.-curve qua vorm van convex overgaat in concaaf, en waar bijgevolg M.F.P. haar maximum bereikt.

ad.B. De angelsaksische schrijvers zien in hun Durchschnittsanalyse naar het kritieke punt P, verder aan te duiden als "PRODUCTIVITEITS-OPTIMUM". Het is dat punt van de Ertragskurve, waar bij vermeerdering van de variabele input de vergroting van de gemiddelde output der variabele productiefactor omslaat in een verkleining.

Anders gezegd, het productiviteits-optimum (P) is dat punt van de Ertragskurve, waarin de voerstraal samenvalt met de raaklijn, en waar bijgevolg A.F.P. haar

maximum bereikt en gelijk is aan M.F.P.²⁾

Dat dit Productiviteits-optimum (P) steeds gelegen zal zijn tussen de kritische punten N (buigpunt) en Q (bedrijfsmaximum), is zonder meer duidelijk.

Niet duidelijk is echter, waarom het rationele stadium - waarvan wij de bovengrens het "Bedrijfsmaximum" en de ondergrens het "Bedrijfsminimum" zullen noemen - in de Marginal-analyse een grotere variatiebreedte (NQ) schijnt te kennen dan in de Durchschnitts-analyse (PQ).

De oplossing van dit vraagstuk betreffende de ligging van het "Bedrijfsminimum" (N of P) ligt niet in het technische, doch veeleer in het economische vlak, waarvoor thans ruimte wordt gegeven.

3. Short Run; Economisch Aspect.

Werd - zoals in voorgaande paragraaf aangetoond - inzake het technisch aspect door de grondlegger van de neo-klassieke "theory of the firm" een zeer restrictieve suppositie gemaakt met betrekking tot de alternatieve technische kwaliteiten van input en output van de individuele onderneming, inzake het economisch aspect werd een niet minder stringente veronderstelling gemaakt met betrekking tot de alternatieve prijzen van deze goederen op de markten.

Elke bezitsvermeerdering van variabele inputfactor zou tegen een uniforme aanschaffingsprijs (v), en elke bezitsvermindering van het variabele outputproduct zou tegen een uniforme verkoopprijs (r) kunnen geschieden.

2) Gebruikmakend van het elasticiteits-begrip met betrekking tot genoemde Ertragskurve of T.F.P.-curve in de zin van

$$\eta = \frac{\frac{dX}{X}}{\frac{dY}{Y}} = \frac{\frac{dX}{dY}}{\frac{X}{Y}} = \frac{\text{M.F.P.}}{\text{A.F.P.}}$$

kan gezegd worden, dat in dit kritische punt P deze elasticiteits-graad gelijk één is, dus de elasticiteit van de Ertragskurve omslaat van elastisch naar inelastisch.

Het is deze tweevoudige suppositie - bekend als element van "perfect competition" - welke de angelsaksische auteurs van de aanvang af gedrongen heeft in de richting van de "Durchschnitts-analyse".

Door deze veronderstelde "perfect competition" als het ware te combineren met de reeds besproken technische productie-functie, wordt aan de grafische voorstelling van FIGUUR I een monetaire dimensie toegevoegd, hetgeen wij grafisch door FIGUUR II hebben trachten uit te drukken.

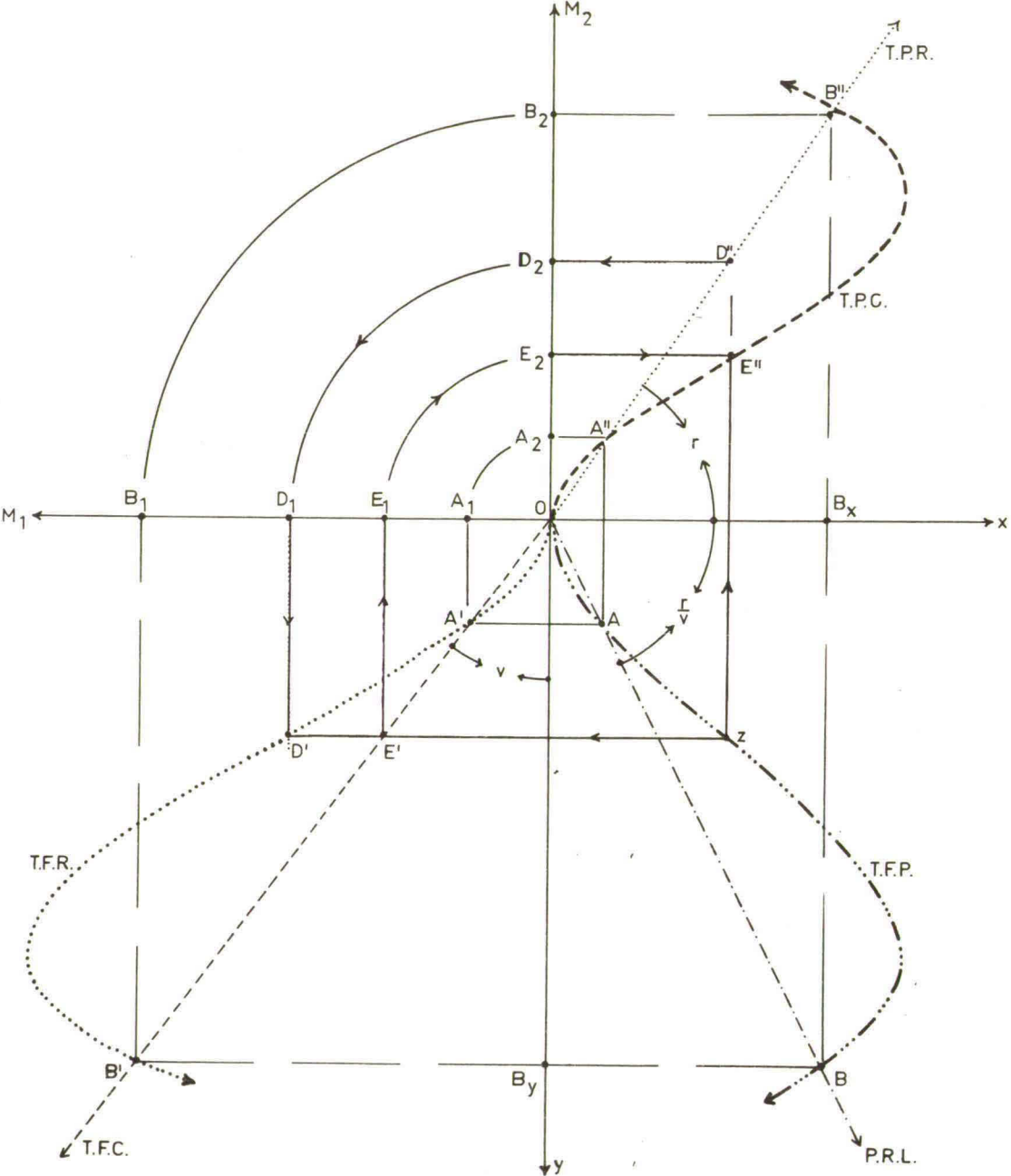
- I. Het XY-vlak of "techno-space", waarin de "Ertragskurve" gelegen is, wordt uitgebreid met een monetaire dimensie, waarna deze drie-dimensionale ruimte kan worden uitgekapt.

De hellingshoek van de T.F.C. curve (= Total Factor Cost) met de Y-as in de "inputfactor-space" YM_1 duidt de uniforme inkoop prijs (v) aan, terwijl de hellingshoek van de T.P.R. curve (= Total Product Revenu) met de X-as in de "outputproduct-space" XM_2 de uniforme verkoopprijs (r) voorstelt.

- II. Vanuit een willekeurig punt Z van de "Ertragskurve" in de "technospace" kan men het punt E' op de T.F.C. curve van de "input-space" bereiken, zodat OE_1 op de M_1 - as de corresponderende T.F.C. aangeeft, welk lijnstuk nu omgeklapt wordt tot OE_2 op de M_2 - as, waardoor het punt E' als constructie-punt van de T.P.C. curve (= Total Product Cost) in de "output-space" ontstaat.

- III. Vanuit een willekeurig punt Z van de "Ertragskurve" in de "techno-space" kan men het punt D' op de T.P.R. curve in de "product-space" bereiken, zodat OD_2 op de M_2 - as de corresponderende T.P.R. aangeeft, welk lijnstuk nu omgeklapt wordt tot OD_1 op de M_1 - as, waardoor het punt D' als constructie-punt van de T.F.R. curve (= Total Factor Revenu) in de "factor-space" ontstaat.

FIGUUR II



IV. Tenslotte kunnen - bijvoorbeeld met behulp van de punten O en B - de lineaire curven van T.F.C. uit de "factor-space" en van T.P.R. uit de "product-space" omgeklapt worden naar de "techno-space", waar aldus de "price-ratio line" (P.R.L.) ontstaat.

$$\text{Aangezien } v = \frac{OB_1}{OB_Y} \text{ en } r = \frac{OB_2}{OB_X} \text{ en } OB_1 = OB_2$$

zal de hellingshoek van deze P.R.L. met de Y-as in de "techno-space" gelijk zijn aan $\frac{OB_X}{OB_Y} = \frac{v}{r}$.

De snijpunten van deze P.R.L. met de "Ertragskurve" (T.F.P.) - te weten de punten A en B - hebben monetair de betekenis van "break-even points", hetgeen wellicht duidelijker zichtbaar is, zodra men deze punten situeert hetzij als A' en B' in de "factor-space", hetzij als A'' en B'' in de "product-space".

Beide punten stellen activiteits-programma's voor, waarbij de cash-inflow van "verkoopen" ($R = r \cdot X$) de cash-outflow van "inkopen" ($C = v \cdot Y$) neutraliseert; met andere woorden programma's waarbij de "revenu" (R) gelijk is aan de "cost" (C), dus geen "contribution" of "variable profit" ($R - C$) aan de constante productiefactor zal toevallen. ³⁾

Beide punten zijn als het ware de eindpunten van de "contribution-zône" of "rentabiliteits-zône", waarbinnen het optimale activiteits-programma - behorend bij het "contribution-maximum" of "rentabiliteits-optimum" - gelegen zal zijn.

Bij een - onder "perfect competition" door de ondernemer niet te beïnvloeden - vergroting van de bedoelde prijsratio v/r - hetzij door een verhoging van de inkoop prijs (v), hetzij

3) Voor een "break-even point" geldt per definitie dus:

$$\frac{\frac{v}{r}}{\frac{x}{y}} = 1 \text{ d.w.z. } \frac{v \cdot y}{r \cdot x} = \frac{C}{R} = 1.$$

door een verlaging van de verkoopprijs (r) - zal de geschetste "price-ratio line" rond de oorsprong scharnieren in de richting van de X-as, waardoor de "contribution-zône" dus inkrimpt en de beide "break-even points" (A en B) elkaar naderen.

Is de "price-ratio line" (P.R.L.) als voerstraal geworden tot raaklijn aan de standvastig verankerde "Ertragskurve" (T.F.P.), zo is dan het "productiviteits-optimum" (het punt P van figuur I) geworden tot het singuliere "break-even point", waardoor dus elke mogelijkheid tot verkrijging van "contribution" voor deze individuele producent is komen te vervallen ⁴⁾.

4. Short Run; Rentabiliteits-optimum.

Aangenomen dat de gegeven prijsratio kleiner is dan de beschreven extreme prijsverhouding, stellen wij thans de vraag door middel van welke activiteits-programma - of input/output combinatie - deze ondernemer de "contribution" voor zijn gefixeerde "grondvoorraad" kan maximeren, met andere woorden in welk punt van zijn "Ertragskurve" (T.F.P.) het "contribution-maximum" of "rentabiliteits-optimum" (R) gelegen zal zijn.

Bezien wij daartoe nogmaals FIGUUR II:

- A. In de "factor-space" zal het rentabiliteits-optimum (R) gelegen zijn bij die omvang van de variabele input (y), waarbij het positieve verschil tussen de kromlijnige

4) Gezien het feit, dat in het productiviteits-optimum de ratio $\frac{x}{y}$ maximaal is, betekent het bestaan van een singulier "break-even point" dus, dat de prijsratio voldoet aan $\frac{v}{r} = \frac{x}{y} \text{ max.}$

T.F.R. curve (total factor revenue) en de rechte lijnige T.F.C. curve (total factor cost) maximaal is.

Ter bepaling van dit optimum zal de inkomens-theoreticus bijgevolg de rechte lijnige T.F.C. zover parallel verschuiven, dat zij in plaats van snijlijn nog slechts raaklijn zal zijn aan de kromlijnige T.F.R.

In dit raakpunt R zal de hellingshoek van beide genoemde curven gelijk zijn, zodat $\frac{dR}{dY} = \frac{dC}{dY}$, met andere woorden zal de "marginal factor revenue" (M.F.R.) gelijk zijn aan de "marginal factor cost" (M.F.C.), welke laatste grootte overeenkomt met de gegeven factor-inkoopprijs (v).

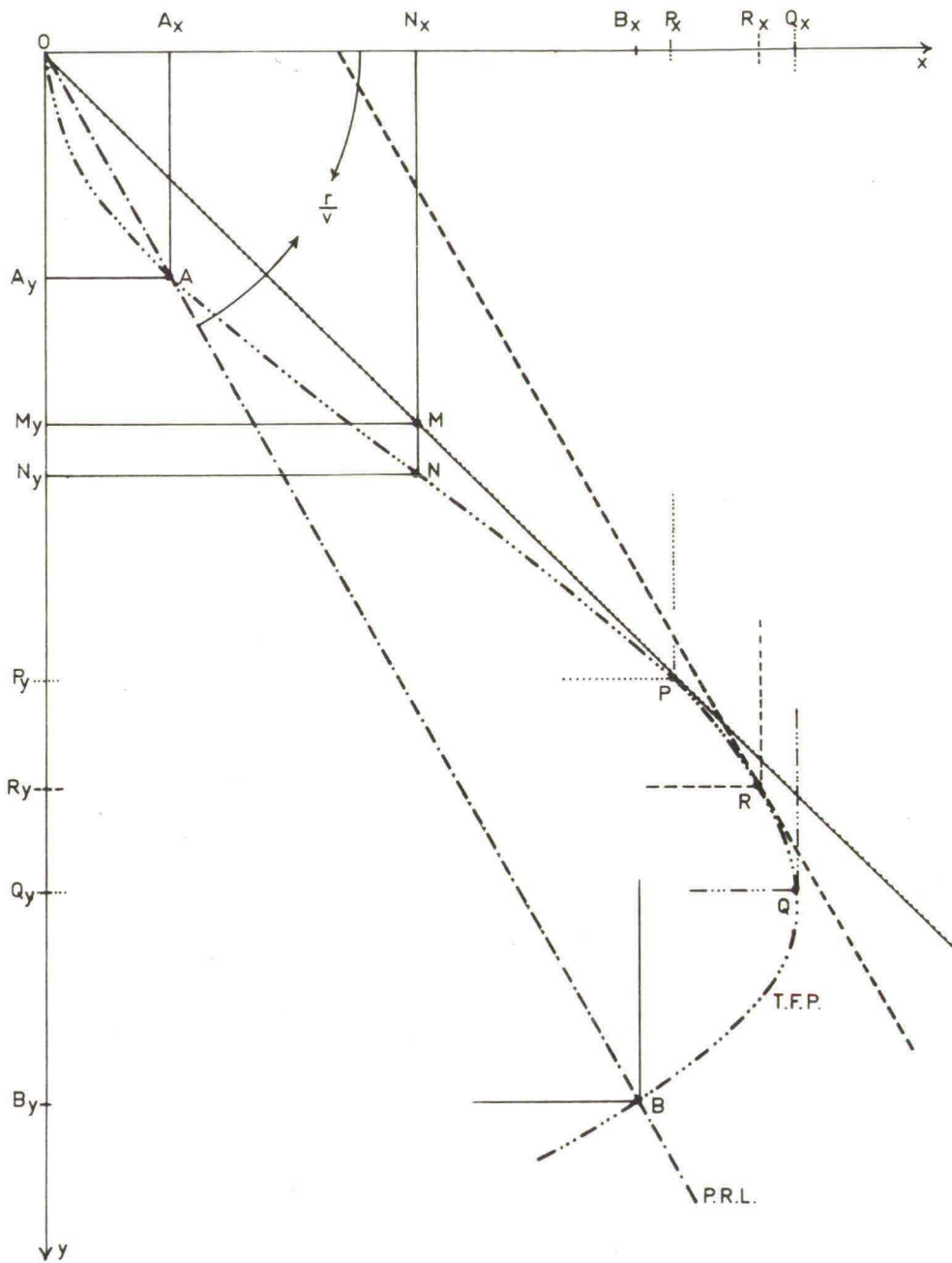
- B. In de "product-space" zal het rentabiliteits-optimum (R) gelegen zijn bij die omvang van de variabele output (x), waarbij het positieve verschil tussen de rechte lijnige T.P.R. curve (total product revenue) en de kromlijnige T.P.C. curve (total product cost) maximaal is.

Om dit optimum te determineren zal de prijs-theoreticus bijgevolg de rechte lijnige T.P.R. zover parallel verschuiven, dat zij in plaats van snijlijn nog slechts raaklijn zal zijn aan de kromlijnige T.P.C.

In dit raakpunt R zal de hellingshoek van beide genoemde curven gelijk zijn, zodat $\frac{dC}{dX} = \frac{dR}{dX}$, met andere woorden zal de "marginal product cost" (M.P.C.) gelijk zijn aan de "marginal product revenue" (M.P.R.), welke laatste grootte overeenstemt met de gegeven product-verkoopprijs (r).

- C. Deze beide procedures ter bepaling van het rentabiliteitsoptimum (R) leiden tot hetzelfde optimaal activiteits-programma, aangezien beide procedures steunen op dezelfde "Ertragskurve" en dezelfde marktprijzen, met dien verstande, dat de inkomens-theoreticus (sub.A.) de gegeven product-verkoopprijs (r) in de "Marginal

FIGUUR III



factor revenu" (M.F.R.), en de prijs-theoreticus (sub. B) de gegeven factor-inkoopprijs (v) in het begrip "marginal product cost" (M.P.C.) heeft verwerkt.

Terwille van de duidelijkheid lijkt het ons dan ook gewenst, dit rentabiliteits-optimum (R) te bepalen in de "techno-space", namelijk door de rechtlijnige "price-ratio line" (P.R.L.) zover parallel te verschuiven, dat zij in plaats van snijlijn nog slechts raaklijn zal zijn aan de kromlijnige "Ertragskurve" (T.F.P.), zoals uitgebeeld in FIGUUR III.

Uit de gelijkheid van hellingshoek van de genoemde curven in dit raakpunt - $\frac{v}{r} = \frac{dX}{dY}$ - en de veronderstelde grootte van de prijsratio - $\frac{v}{r} < \frac{x}{y}$ - volgt, dat het rentabiliteits-
max.

optimum (R) nu groter zal zijn dan het productiviteits-optimum (P).

Geconcludeerd kan worden, dat naarmate de prijsratio v/r afneemt van $\frac{x}{y}$ tot nul, het rentabiliteits-optimum (R) toe-
max.

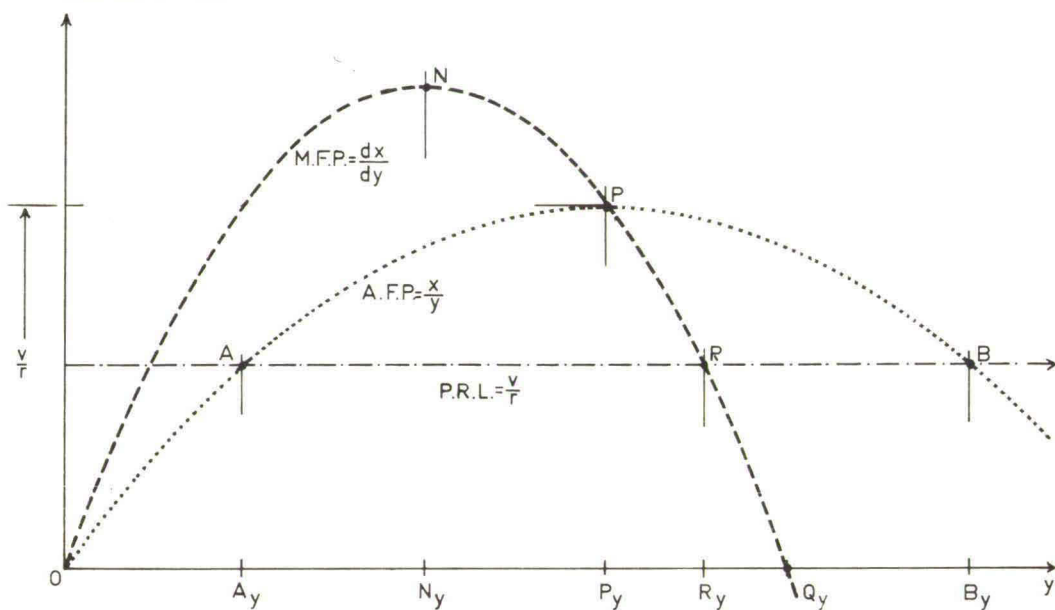
neemt in die zin, dat dit "contribution-maximum" zich hierdoor geleidelijk langs de "Ertragskurve" verplaatst van het "bedrijfsminimum" (P) naar het "bedrijfsmaximum" (Q), een traject dat bekend staat als het "economisch-rationele stadium" 5).

Monetaire en technische verhoudingen bepalen tezamen het activiteitsprogramma, waardoor het ondernemersdoel, t.w. maximalisatie van de "contribution", bereikt moet worden.

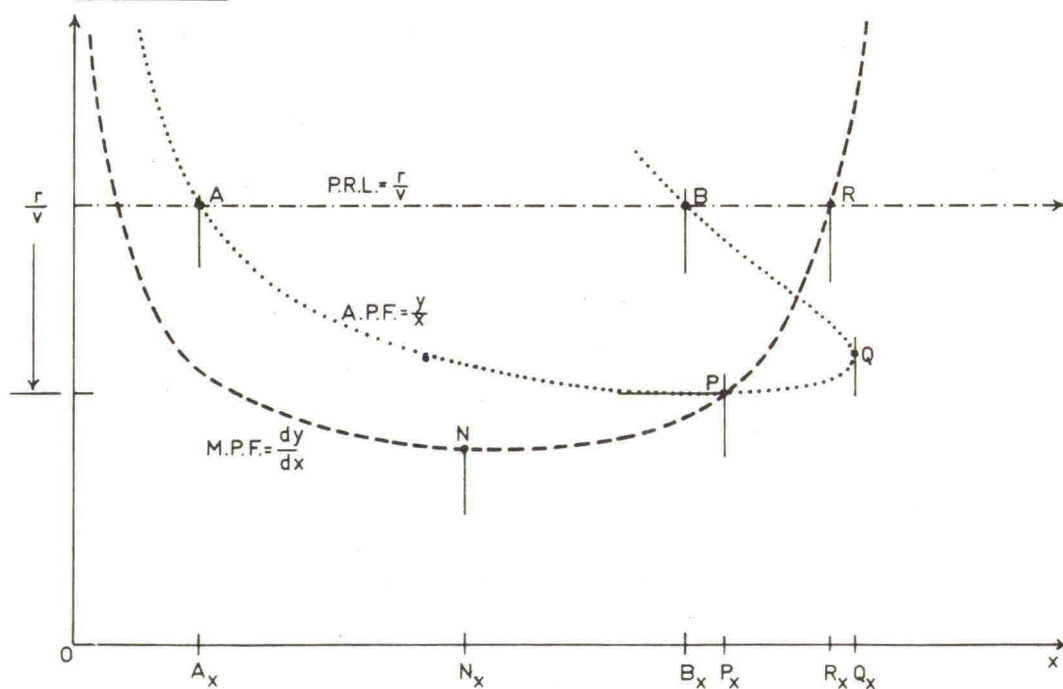
Terwijl de prijsverhouding echter slechts de variabele componenten van de productie betreft - namelijk de variabele input-factor (Y) en het outputproduct (X)-, hebben de kwantitatieve verhoudingen mede betrekking op de constante productie-factor (Z), waaraan thans aandacht besteed zal gaan worden.

5) Ten behoeve van de "Durchschnitts/Marginal Analyse" zijn hier uit de figuur III - bruikbaar in de "Total Analyse" - nog de figuren IV en V afgeleid, welke dus eveneens op de "techno-space" betrekking hebben.

FIGUUR IV



FIGUUR V



5. Deelbaarheid van de grondvoorraad.

In de short-run analyse van het rationele producenten-gedrag - hier boven geschetst - is door de Neo-klassieken uitgegaan van de "Law of Diminishing Return" of "Wet van de Afnemende Bodem-opbrengst".

Deze productie-technische wetmatigheid - grafisch door de "Ertragskurve" uitgebeeld - wordt ervaren niet door uit te gaan van een fixe omvang van "bezit" of beschikbaarheid, maar van een constant volume van "gebruik" of aanwending van de grond als productiefactor.

De mogelijkheid van een verschil tussen beide volumina - en daarmee van een verschil in interpretatie van de term "constante productie-factor" - is vanzelfsprekend uitgesloten zodra verondersteld wordt, dat de voorraad ondeelbaar is, en bijgevolg als een enkele eenheid moet worden gezien.

Uitgaande van deze veronderstelling zal elke vermeerdering van de variabele input (y) dan een intensivering van het gebruik van de constante productiefactor betekenen, zodat de bedoelde wetmatigheid betiteld zou kunnen worden als de "Law of Variable Proportions".

Het is om deze reden, dat het "bedrijfsminimum" (P) als "extensive margin of land" en het "bedrijfsmaximum" (Q) als "intensive margin of land" aangeduid kan worden; het is in deze optiek, dat het "economisch-rationele stadium" (PQ) gezien kan worden als de verzameling van al die productie-technieken, waaruit - afhankelijk van de prijsratio v/r - de "economisch-rationele" of "doelmatige" gekozen moet worden.

Anderzijds zal dus het "economisch-irrationele stadium" (OP) gezien kunnen worden als de verzameling van al die productie-technieken, welke de economisch handelende ondernemer bij de keuze van het optimale activiteits-programma te allen tijde buiten beschouwing kan laten.

De vraag dient gesteld, in hoeverre dit beeld zich wijzigt indien nu wordt aangenomen, dat de constante productiefactor - i.c. de grond - deelbaar is, waardoor dus de mogelijkheid bestaat, dat de ter bereiking van het "contribution-maximum" benodigde hoeveelheid kleiner is dan het beschikbare quantum.

In de veronderstelling van deelbaarheid van de constante productiefactor - waarvan de "beschikbare hoeveelheid (\bar{z})" geacht wordt overeen te komen met de "benodigde hoeveelheid" (z) van het productiviteits-optimum (P) in FIGUUR III - zal het verloop van de "Ertragskurve" tussen de punten P en Q ongewijzigd blijven, daar bij volledige aanwending van de grondvoorraad - welke dan dus "knelpuntsfactor" of "bottle neck", "Engpasz" of "key-factor" is - de intensiteit van gebruik kan worden opgevoerd.

In de veronderstelling van een vaste verhouding tussen de beide soorten van input - arbeid en grond - zal daarentegen het verloop van de "Ertragskurve" tussen de punten O en P - gebaseerd op de, in het productiviteits-optimum (P) geldende technische verhouding - thans lineair zijn, zoals uitgebeeld door het lijnstuk OMP.

Een dergelijk lijnstuk is te zien als de grafische voorstelling van de bekende "Law of Constant Return", en de visuele uitdrukking van een enkele productie-techniek.

Dit betekent, dat de drie volumina van X, Y en Z in dit interval zodanig kunnen veranderen, dat hun onderlinge verhouding constant blijft, waardoor - gezien vanuit de oorsprong - steeds van een "perspectivische vergroting" van deze technische "trojka" gesproken kan worden.

De voortbrenging van een output ON_x zal nu niet meer de aanwending vereisen van ON_y arbeid in combinatie met de gehele grondvoorraad (\bar{z}) doch reeds mogelijk zijn door een combinatie van minder arbeid en minder grond, als volgt te bepalen:

$$\text{benodigde grond} = z = \frac{ON_x}{OP_x} \cdot \bar{z} \quad \text{en}$$

$$\text{benodigde arbeid} = y = OM_Y = \frac{ON_X}{OP_X} \cdot OP_Y.$$

Technisch gesproken correspondeert met elk punt van dit lijnstuk OMP dus een activiteits-programma, waarin een overschot, overvloed of overmaat aan "grond" bestaat, met dien verstande, dat in het bedrijfsminimum (P) zelf, dit verschil tussen beschikbare en benodigde hoeveelheid grond tot nul is gereduceerd.

Aangezien het productiviteits-optimum (P) slechts dan het rentabiliteits-optimum (R) kan zijn wanneer de gemaximeerde "contribution" nihil is - dus wanneer de prijsratio voldoet aan

$$\frac{y}{r} = \frac{x}{y} \text{ max.} - \text{ en gelet op de omstandigheid, dat elk activiteits-}$$

programma in dit interval OMP steunt op die productie-techniek waarop ook het bedrijfsminimum (P) is gebaseerd, zou men economisch gesproken dus dit interval OMP (i.t.t. ONP) nu het "economisch-indifferente stadium" kunnen noemen.

Met betrekking tot het "economisch-rationele stadium" (PQ) is - wij zeiden het reeds - door de deelbaarheids-suppositie niets veranderd.

De grondvoorraad (\bar{z}) is hier in zekere zin schaars, door welke schaarste - en afhankelijk van de prijsratio $\frac{y}{r} < \frac{x}{y} \text{ max.}$ - de "contribution" als positief verschil tussen "revenu" ($R = r.x$) en "cost" ($C = v.y$) tegenover deze knelpuntsfactor gesteld kan worden.

Aldus beschouwd en gelet op de gefixeerde grootte van "bezit", kan men zeggen, dat maximering van "contribution" ook maximering van de "contributie per eenheid van de knelpuntsfactor" inhoudt.

6. Vermeeërderbaarheid van de grondvoorraad.

Aansluitend aan de voorgaande paragraaf, waarin de nadruk viel op het aanvankelijk als "economisch-irrationele stadium" betitelde interval (OP) - waarbinnen geen rentabiliteits-opti-

mum, geen maximum van "contribution" in positieve zin, bestaan kan -, wordt thans de blik gericht op het zogenaamde "economisch-rationele stadium" (PQ), zulks ter inleiding van de long-run analyse.

De situatie in dit interval heeft tot dusverre grote gelijkenis vertoond met die toestand, welke in de introductie beschreven werd als de eerste casus-positie van Böhm-Bawerk, t.w. het geval waarin het "bezit" dus knelpuntsfactor is, en de marginale eenheid van bezit, t.g.v. de schaarseste een positief grensnut ("contribution") draagt.

Bezien wij thans het geval, waarin een vergroting van output niet langer uitsluitend tot stand gebracht wordt door een verhoging van de "intensiteit van gebruik" van de grondvoorraad, maar ook door een vergroting van de "extensiteit van bezit", met andere woorden het geval, waarin de grond niet langer een constante, doch veeleer een variabele inputfactor is.

De vraag is, of bij uitbreiding van het grondbezit van de ondernemer tot het twee- resp. drievoudige van de huidige omvang, de daarmede verband houdende verschuiving van de curve der "average product factority" of "input-quote" -- de A.P.F. -curve van figuur V -- correct is voorgesteld middels het drietal u-vormige curven, dat in FIGUUR VI -- bovenste gedeelte -- werd uitgebeeld ⁶⁾.

6) Op deze figuur, steunt de, door J.A. Schumpeter in zijn long run analyse ontwikkelde "planning curve" - als "envelope curve D", - welke een belangrijke plaats inneemt in de theorie van de keuze van de optimale bedrijfsgrootte. Het is zonder meer duidelijk, dat ofschoon de "planning curve" per definitie elk van de short-run A.P.F.-curven zal raken, slechts in één geval zulk een raakpunt tevens het minimumpunt van de betreffende A.P.F. -curve vormt. Anders gezegd, slechts één van de drie afgebeelde productiviteits-optima (P) kan op de uitgebeelde "planning curve" (D) gelegen zijn.

Teneinde de gestelde vraag te kunnen beantwoorden, is in de "techno-space" uit elke A.P.F.-curve de overeenkomstige T.P.F.-curve als "Ertragskurve" afgeleid, welk drietal is afgebeeld in dezelfde Figuur VI. (onderste deel).

De vraag, welke nu beantwoord moet worden, is, of er bij uitbreiding van het bestaande grondbezit (bedrijfsgrootte) tot het twee- en drievoudige, redenen bestaan om te veronderstellen, dat de diverse productiviteits-optima (P) niet op dezelfde lineaire curve gelegen zullen zijn, met andere woorden te twijfelen aan de "Law of Constant Return".

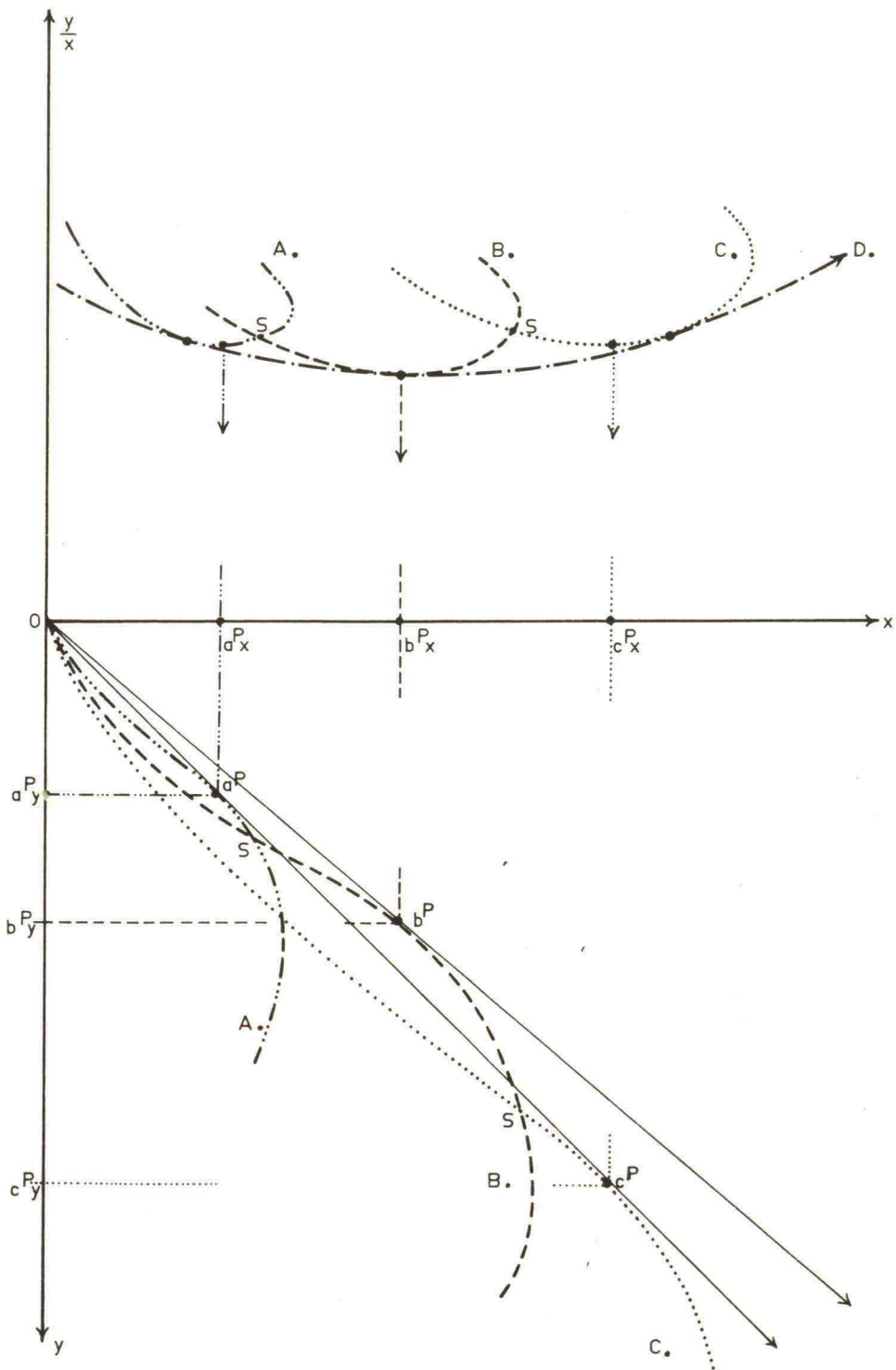
Zolang het gaat om homogene additie van grond, met andere woorden om scalaire vermenigvuldiging van het grondbezit, achten wij zulke redenen niet aanwezig, hetgeen inhoudt dat wij in zulke gevallen menen te mogen vasthouden aan een "perspectivische vergroting" van de oorspronkelijke technische troïka⁷⁾.

Dit betekent, dat men de beide variabele inputfactoren (y en z) beschouwen kan als "Kuppelfactoren"; het aanvankelijk als "economisch rationele stadium" betitelde interval (PQ) beschouwen kan als "economisch indifferent stadium" - tenminste wat de contributie per eenheid betreft - zolang de onderlinge prijsverhouding niet verandert.

Op dit punt moet de short-run analyse beëindigd worden. Een onderzoek naar de betekenis van de onderlinge prijsverhouding, een behandeling van het vraagstuk van de substitutie van variabele inputfactoren, d.w.z. van de keuze-problematiek inzake de "alternative uses" van geld, zal de long-run analyse tot uitgangspunt hebben.

7) Anders gezegd, wij zijn van mening dat de "planning curve" (D) een horizontaal verloop zal hebben, en - in het onderste deel van figuur VI - bijvoorbeeld het punt b^P gelegen zal zijn halfweg de verbindingslijn tussen a^P en c^P .

FIGUUR VI



7. Nabeschouwing.

In de neo-klassieke "theory of the firm" wordt het doel van de programmerende ondernemer verondersteld gelegen te zijn in de maximering van de "contribution", zijnde het positief verschil tussen "revenu" als geld-ontvangsten ($R = r.X$) en "cost" als geld-uitgaven ($C = v.Y$).

De beperking, welke de individuele producent hierbij in de short-run ondervindt, is gelegen in de eindigheid van de hem ter beschikking staande "grondvoorraad" als "constante productiefactor" (\bar{z}), waarvan de invloed op de "Ertragskurve" (T.F.P. of T.P.F.) zich manifesteert in het interval tussen het "bedrijfsminium" (P) enerzijds en het "bedrijfsmaximum" (Q) anderzijds.

Een optimaal activiteits-program - behorend bij het "contribution-maximum" of "rentabiliteits-optimum" (R) - zal slechts bestaanbaar zijn, indien de prijsratio $\frac{V}{r}$ kleiner is dan $\frac{x}{y}_{\max.}$ en dan slechts denkbaar zijn binnen dit bedoelde interval van de "Law of Diminishing Return" of "Law of Variable Proportions".

Tegen de geschetste short-run analyse - waaraan in de economie met name op het leerstuk van prijs en kostprijs grote betekenis wordt gehecht - koesteren wij ernstige bedenkingen.

Met name komt het ons vreemd voor, dat men in de specifieke kostprijsliteratuur wel spreekt van "cost" (expenditures) als uitgaande "geldstroom", maar veelal zo gemakkelijk voorbijgaat aan de "geldvoorraad" als bron van deze variabele uitgaven.

Men heeft slechts oog voor de "grondvoorraad", en schijnt door deze agrarische schoonheid zodanig verblind, dat de "geldvoorraad" als tweede "constraint" of "constante productiefactor" aan de blik ontsnapt.

Omtrent het hier aan de orde gestelde terrein is in dit verband nogal eens sprake van een gevaarlijke vorm van bewustzijnsvernaauwing, opgewekt door de liefde voor de natuur, welke de horizon van de onderzoeker heeft beperkt.

Geen ruimte dus voor mogelijkheden van substitutie, noch op het gebied van de uitgaande geldstroom (cost), noch op het terrein van de ingaande geldstroom (revenu); geen afweging van alternatieven, noch op het gebied van inputfactoren, noch op het terrein van outputproducten.

Kortom, de short-run analyse heeft eerder betrekking op een huwelijk dan op een verloving; de keuze is praktisch reeds gedaan; de beschouwing is eerder ex-post dan ex-ante; het onderzoek is meer gelegen in de orde van de executie of uitvoering dan in de orde van intentie of programmering!

Wie verwacht, dat deze horizon nu in de long-run analyse aanmerkelijk zal worden verruimd, dient zich voor te bereiden op een teleurstelling. Immers - zoals wij zullen zien - wordt ook in het vervolg op de short-run analyse uitgegaan van een "mono-product firm", en voorbijgegaan aan de vraag, waarom de ondernemer juist "corn" als outputproduct kiest!

8. Long Run; Technisch Aspect.

Een andere benaderingswijze van het, in § 6 gestelde programmerings-vraagstuk van een "mono-product-firm" welke haar output (x) wil voortbrengen met slechts twee kwalitatief verschillende variabele productie-factoren (y en z), wordt gevonden in de zogenaamde contour- of iso-analyse⁸⁾

Ter bepaling van de gedachten zij het ons toegestaan, het volgende cijfervoorbeeld te gebruiken als illustratie van de bekende "Wet van de Afnemende Bodem-opbrengst", waarbij herhaald zij, dat hier steeds uitgegaan wordt van de volledige aanwending van een gefixeerd grondbezit (bv. $\bar{z} = 6$ units).

8) John M. Cassels,
"On the Law of Variable Proportions",
Opstel uit de bundel:
"Readings in the Theory of Income-distribution",
London, Allen & Unwin, 1946 (pag. 103-118).

Y	T.F.P.	A.F.P.	Y	T.F.P.	A.F.P.
0	0	0	8	720	90
1	100	100	9	750	83,3
2	240	120	10	775	77,5
3 (P_1)	400	133,3	11	792	72
4	500	125	12 (Q_3)	800	66,7
5	580	116	13	792	60,9
6	640	106,7	14	774	55,3
7	686	98	15	750	50

In FIGUUR VII (top-helft) is de corresponderende Ertragskurve geschetst, waarvan het Bedrijfsminimum (P) en het Bedrijfsmaximum (Q) als kritieke punten zijn aan te merken.

Het is evident, dat omgekeerd ook een "Wet van Afnemende Arbeidsopbrengst" te creëren zou zijn, zodra "grond" als variabele, en "arbeid" als constante productiefactor wordt gezien.

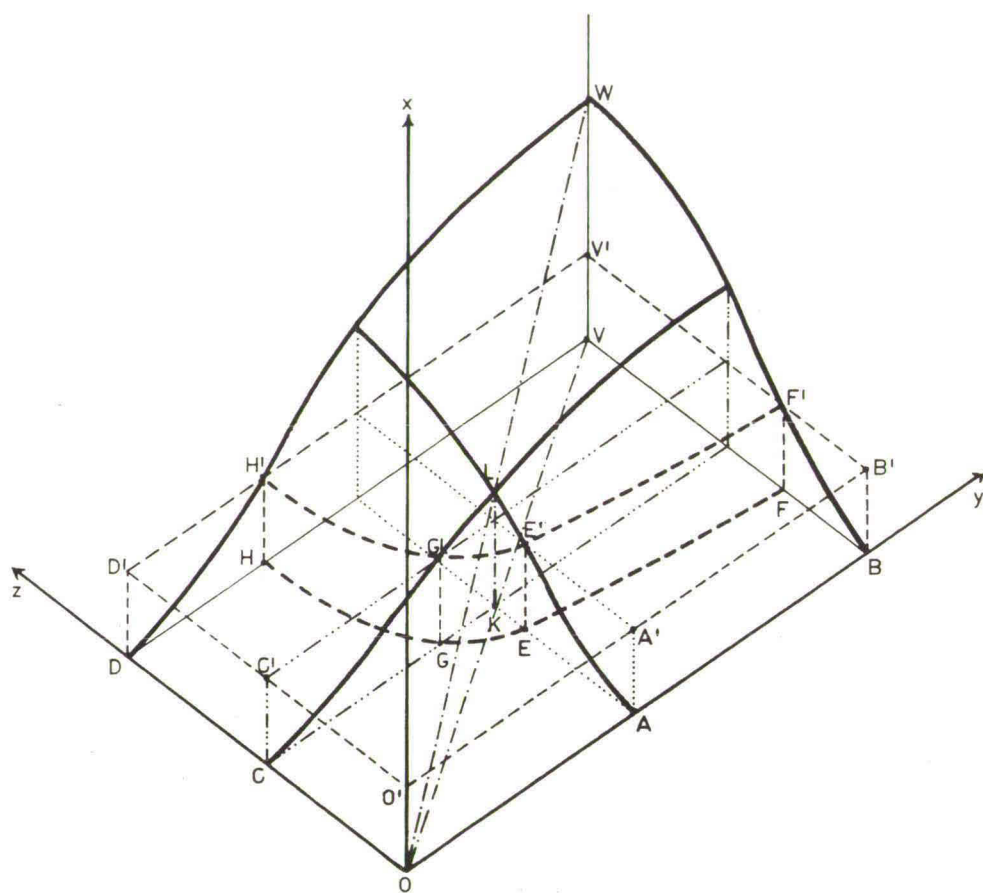
Uit het een en ander kan geconcludeerd worden, dat de productiefunctie $x = F(y, z)$ grafisch een zgn. "Ertragsgebirge" vormt, zoals uitgebeeld is in FIGUUR VIII.

Een doorsnee-vlak loodrecht op de Z-as (bv. DVW) parallel aan het XY-vlak, toont de Ertragskurve ingeval van een volledig gebruik van een gefixeerd grondbezit in combinatie met een toenemende arbeids-input.

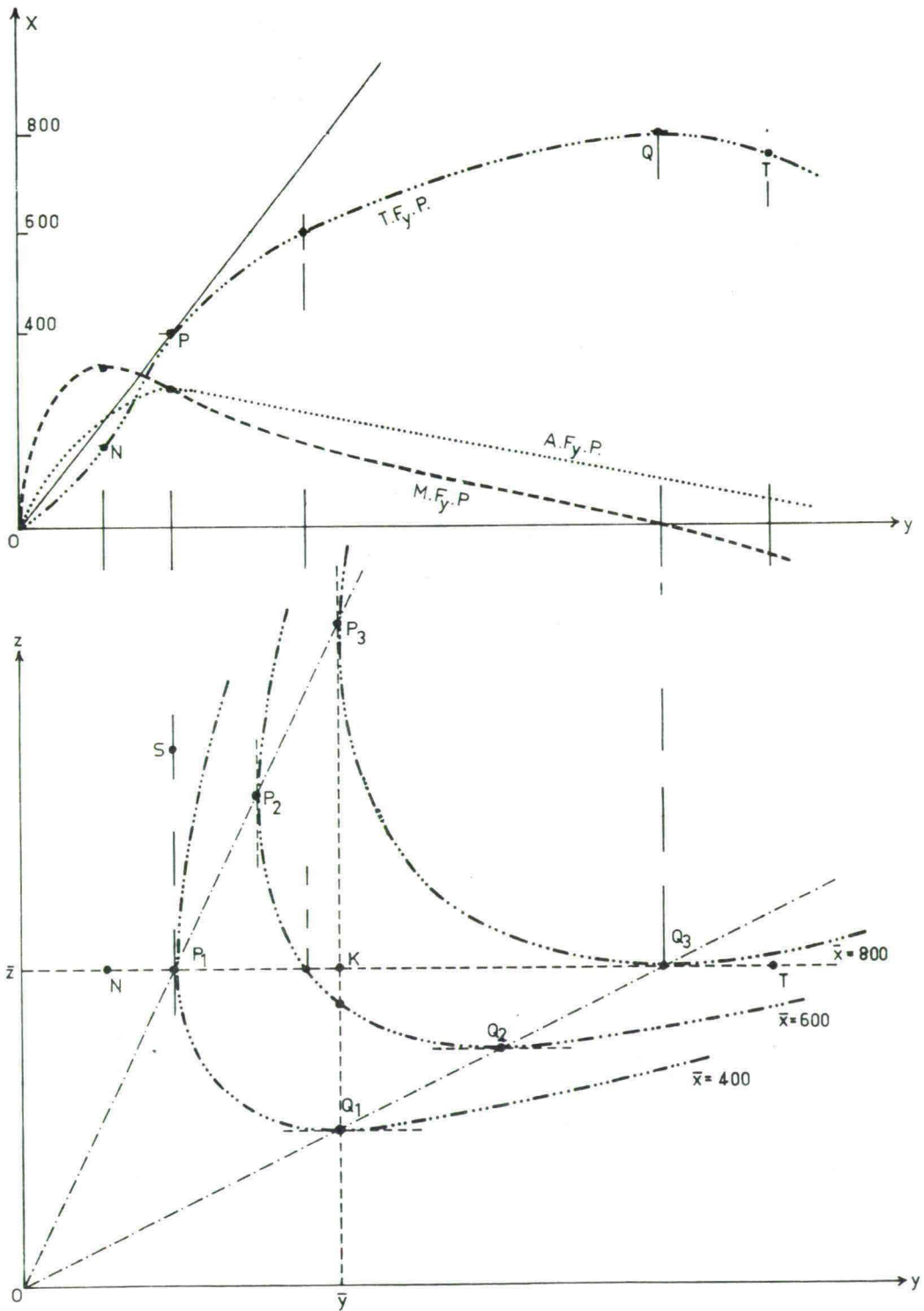
In een dergelijk vlak vindt men de grafiek van $x = F(y, \bar{z})$. De in een willekeurig punt van deze grafiek geconstrueerde raaklijn aan de curve geeft dus de partiële afgeleide van x naar y, kortweg f_y te noemen.

Een doorsnee-vlak loodrecht op de Y-as (bv. BVW) parallel aan het XZ-vlak, toont de Ertragskurve ingeval van een volledig gebruik van een gefixeerd arbeidsbezit in combinatie met een toenemende grond-input. In een dergelijk vlak vindt men de grafiek van $x = F(\bar{y}, z)$. De in een willekeurig punt van deze grafiek geconstrueerde raaklijn aan de curve geeft dus de partiële afgeleide van x naar z, kortweg f_z te noemen.

FIGUUR VIII



FIGUUR VII



In al deze vlakken, aan te duiden als "physiocratische vlakken", manifesteert zich dus de "Law of Variable Proportions".

Wanneer men nu echter de beide input-factoren, arbeid zowel als grond, als "variabele inputfactoren" gaat bezien, en hun hoeveelheden zodanig vermeerderd dat daarbij de input-ratio z/y constant gehouden wordt, beweegt men zich in geheel andere vlakken, en stuit men op geheel andere "wetten", te weten de "laws of return to scale".

Kiezen we ter illustratie in de vorige Figuur VIII als uitgangspunt de beschikbaarheids-situatie voorgesteld door punt K, waarbij de maximaal bereikbare output dus KL bedraagt.

Indien zich nu bij verdubbeling van deze beschikbaarheids-situatie K tot het punt V ook deze maximaal bereikbare productie KL verdubbelt tot VW, zal van "constant return to scale" sprake zijn, terwijl ingeval $VW > 2.KL$ of $VW < 2.KL$ gesproken zal worden van "increasing" respectievelijk "decreasing return to scale".

Deze drie genoemde schaal- of niveau-wetten schetsen met andere woorden het verloop van de "Ertragskurve" in een doorsnee-vlak (bv. OVW), gekenmerkt door één bepaalde, constante input-ratio z/y (zoals in § 6 behandeld) d.w.z. een vlak dat door de X-as loodrecht op het YZ-vlak staat.

Een dergelijk vlak zullen wij een "isocline-vlak" noemen, terwijl de snijlijn van zulk een vlak met het "Ertragsgebirge" (bv. OLW) bij projectie op het grondvlak als "ISOCLINE" (bv. OKV) aangeduid zal worden.

Merken wij tenslotte nog op, dat het Ertragsgebirge ook nog doorsneden kan worden met behulp van vlakken (bv. $D'O'B'V'$), loodrecht op de X-as, parallel aan het YZ-vlak.

Een dergelijk vlak, gekenmerkt door een fixe output-omvang (\bar{x}), zullen we een "isoquant-vlak" noemen, terwijl de snijlijn van zulk een vlak met het Ertragsgebirge (bv. $H'G'E'F'$) bij projectie op dit grondvlak als "ISOQUANT" (bv. HGEF) zal worden betiteld.

Door middel van de vier genoemde categorieën van doorsneevlakken is het mogelijk, het stereometrisch karakter van het Ertragsgebirge uit te drukken in een planimetrische voorstelling, zoals uitgebeeld in FIGUUR VII (onderste helft), waarbij uitgegaan werd van de "Law of Constant Return to Scale" en het gegeven cijfervoorbeeld.

- I. Het horizontale lijnstuk P_1Q_3 is als het ware de projectie in het YZ-vlak van de "Wet van de afnemende Bodem-opbrengst", waarvan het punt P_1 het "bedrijfs-minimum" ($A.F._Y.P.$ maximaal) en het punt Q_3 het "bedrijfs-maximum" ($M.F._Y.P.$ nihil) genoemd werden.

De vector OP_1 (3,6) indiceert een output $X = 400$, de vector OQ_3 (12,6) een output $X = 800$, zodat de isoquant $X = 800$ zal gaan door enerzijds het punt Q_3 en anderzijds door het punt P_3 waarvan de vector OP_3 (6,12) de tweevoudige vergroting is van de vector OP_1 ⁹⁾.

- II. Het verticale lijnstuk Q_1P_3 is als het ware de projectie in het YZ-vlak van de "Wet van de afnemende Arbeids-opbrengst", waarvan het punt Q_1 het "bedrijfs-minimum" ($A.F._Z.P.$ maximaal) en het punt P_3 het "bedrijfs-maximum" ($M.F._Z.P.$ nihil) genoemd worden.

Uit het een en ander mag geconcludeerd worden, dat

- a. voor elke beschikbaarheids-situatie op de OP-isocline geldt: $A.F._Y.P.$ maximaal en $M.F._Z.P.$ (d.i. f_Z) nihil, en dat
- b. voor elke beschikbaarheids-situatie op de OQ-isocline geldt: $A.F._Z.P.$ maximaal en $M.F._Y.P.$ (d.i. f_Y) nihil.

9) De isoquant $X = 400$ zal op haar beurt gaan door enerzijds het punt P_1 en anderzijds door het punt Q_1 waarvan de vector OQ_1 (6,3) de tweevoudige verkleining is van de vector OQ_3 .

ad.I. Elke beschikbaarheids-situatie, gelegen in het gebied tussen Y-as en OQ-isocline, is technisch irrationeel vanwege een overmaat aan het "bezit" van arbeid.

Een beschikbaarheids-situatie als aangegeven door punt T (figuur I) zal voor de rationeel-handelende ondernemer aanleiding zijn, de productieve combinatie Q_3 te realiseren, daar in dit punt immers f_y nihil in plaats van negatief is, dus een hogere isoquant bereikt wordt.

De OQ-isocline is met andere woorden de verzameling van alle input-combinaties, bekend als "Intensive Margin of Land" of "Extensive Margin of Labor", dus de visuele voorstelling van de "bodem-intensieve productie-techniek".

ad.II. Omgekeerd wordt elke beschikbaarheids-situatie in het gebied tussen Z-as en OP-isocline als technisch-irrationeel aangemerkt vanwege een overmaat aan het "bezit" van grond.

Een beschikbaarheids-situatie S bijvoorbeeld zal rationeel leiden tot aanwending of "gebruik" van de productieve combinatie P_1 , aangezien in dit punt immers f_z nihil in plaats van negatief is, dus een hogere isoquant bereikt wordt.

De OP-isocline is met andere woorden de meetkundige plaats van alle input-combinaties, bekend als "Extensive Margin of Land" of "Intensive Margin of Labor", dus de grafische weergave van de "arbeids-intensieve productie-techniek".

Geformuleerd vanuit het gezichtspunt van "schaarste" zou men bijgevolg moeten zeggen, dat - uitgaande van een bepaalde bezits-combinatie - in de eerstgenoemde sector (I) steeds de "grond", in de laatstbedoelde sector (II) daarentegen steeds de "arbeid" de knelpuntsfactor is, terwijl in de door deze (grens-) isoclinen OQ en OP ingesloten "economic region" zowel grond alsook arbeid dus "bottle necks" zijn.

Deze "economic region" wordt dus gekenmerkt door een nest van convex-verlopende isoquanten of "iso-factor-productiviteits-curven" (I.F.P.).

Wat de VORM van een dergelijke isoquant in deze sector betreft (\bar{x}) moge opgemerkt worden, dat deze convexiteit betekent, dat bij een voortschrijdende "vervanging" van Z door Y - d.w.z. "substitutie" van Y voor Z -, dus bij een voortgaande verkleining van de input-ratio z/y technisch steeds minder eenheden van Z uitgewisseld behoeven te worden voor één extra eenheid van Y.

Bij een voortgaande verkleining van de input-ratio z/y - uitgedrukt door de positieve hellingshoek tussen Y-as en de in die richting rond de oorsprong pivotterende isocline - zal de "marginal rate of technical factor-substitution z/y " (M.T.F.S. _{z/y}) - uitgedrukt door de negatieve hellingshoek tussen Y-as en de raaklijn aan die isoquant - geleidelijk verminderen.

Aangezien de totaal-afgeleide van de productie-functie, t.w.

$$dX = \frac{\partial x}{\partial y} \cdot dY + \frac{\partial x}{\partial z} \cdot dZ = f_Y \cdot dY + f_Z \cdot dZ$$

langs een en dezelfde isoquant (\bar{x}) per definitie nihil is, moet de laatstgenoemde, negatieve hellingshoek overeenkomen met:

$$\text{M.T.F.S.}_{z/y} \quad \text{of} \quad \frac{dZ}{dY} = - \frac{f_Y}{f_Z} = - \frac{\frac{\partial x}{\partial Y}}{\frac{\partial x}{\partial Z}} \quad \text{dus met de}$$

verhouding tussen de partiële grensproductiviteiten van de beide variabele inputfactoren Y en Z.

Omdat op de grens-isoclinen OP en OQ respectievelijk $f_Z = 0$ en $f_Y = 0$ geldt, kan men concluderen, dat binnen deze bedoelde "economic region" bij voortgaande vervanging van Z door Y, de M.T.F.S. zal afnemen van oneindig tot nul, hetgeen de "Law of Diminishing M.T.F.S." genoemd wordt.

Bedenken wij, dat qua POSITIE de isoquanten t.o.v. elkaar a.h.w. perspectivische vergrotingen zijn, zal de eindconclusie moeten luiden, dat genoemde M.T.F.S. - ofschoon verschillend van grootte in elk punt van een en dezelfde isoquant - in elk punt van een en dezelfde isocline een constante grootte zal hebben, welke dus karakteristiek is voor die bepaalde productie-techniek.

Anders gezegd, tussen de genoemde grens-isoclinen OP en OQ wordt in de neo-klassieke "theory of the firm" een oneindig aantal verschillende productie-technieken verondersteld.

9. Long Run; Economisch Aspect.

Welke productie-techniek uit deze oneindige maar begrensde verzameling - genaamd "economic region" - dient nu door de, naar maximering van "contribution" strevende ondernemer gekozen te worden, indien hij de beschikkingsmacht heeft over een bepaalde "geldvoorraad" (\bar{e})?

Ter beantwoording van deze vraag, moet de, in de vorige paragraaf ontwikkelde "techno-space" - als planimetrische voorstelling van het "Ertrags-gebirge" - nu - in analogie met Figuur II - uitgebreid worden met een monetaire dimensie, waarbij uitgegaan wordt van fixe prijzen van de drie variabele grootheden X, Y en Z¹⁰⁾.

In FIGUUR IX is aangenomen, dat

1. de inkooprijzen van "arbeid" (Y) en "grond" (Z), ongeacht de gevraagde hoeveelheden, steeds respectievelijk v en w zijn;
2. de verkoopprijs van "corn" (X), ongeacht het aangeboden of voortgebrachte quantum steeds gelijk r is; en
3. de omvang van de beschikbare geldvoorraad voorgesteld wordt door $\bar{e} = OE_1 = OE_2$.

Gezien de bedoelde prijs-verwachtingen op de inkoopmarkten kan onze "price taker" m.b.v. zijn gegeven geldvoorraad

$$\text{hetzij maximaal OF} = \frac{OE_1}{v} \quad \text{arbeids-eenheden,}$$

$$\text{hetzij maximaal OG} = \frac{OE_2}{w} \quad \text{bodemeenheden verwerven,}$$

10) De veronderstelling van drie gefixeerde prijzen is vanzelfsprekend strenger dan de suppositie van een, naar drie zijden gefixeerde prijsratio.

waardoor m.a.w. zijn geldbezit volledig aangewend zal zijn, dus volbezetting zal kennen.

Wat de VORM van deze "transformatie-curve" (FG) van de geldvoorraad betreft - bekend als "isotime" of "iso-cost curve" - kan opgemerkt worden, dat zij in het kader van de veronderstelde "perfect competition" op de markten van de variabele inputfactoren, steeds lineair zal zijn.

Deze lineariteit van isotime betekent, dat bij een voortschrijdende "vervanging" van Z door Y - d.w.z. "substitutie" van Y voor Z -, dus bij een voortgaande verkleining van de input-ratio z/y , monetair steeds eenzelfde aantal eenheden van Z uitgewisseld zal kunnen worden voor één extra eenheid van Y.

Bij een voortgaande verkleining van de input-ratio z/y - uitgedrukt door de positieve hellingshoek tussen Y-as en de in die richting rond de oorsprong pivotterende isocline - zal de "marginal rate of economic factor-transformation z/y "

(M.E.F.T. _{z/y}) - uitgedrukt door de negatieve hellingshoek tussen Y-as en de isotime - constant zijn, namelijk

$$\text{M.E.F.T.}_{z/y} \text{ of } \frac{dz}{dy} = - \frac{v}{w} \quad 11)$$

Beschouwt men nu de isotime (FG) - waarvan de bestedings-functie dus luidt: $\bar{e} = v.y + w.z.$ - als de verzameling van al die mogelijke input-combinaties, welke bij aanschaffing een uitputting van de geldvoorraad tot gevolg hebben, zo kan men zich de vraag stellen, welk van deze alternatieve bestedings-patronen nu rationeel genoemd kan worden.

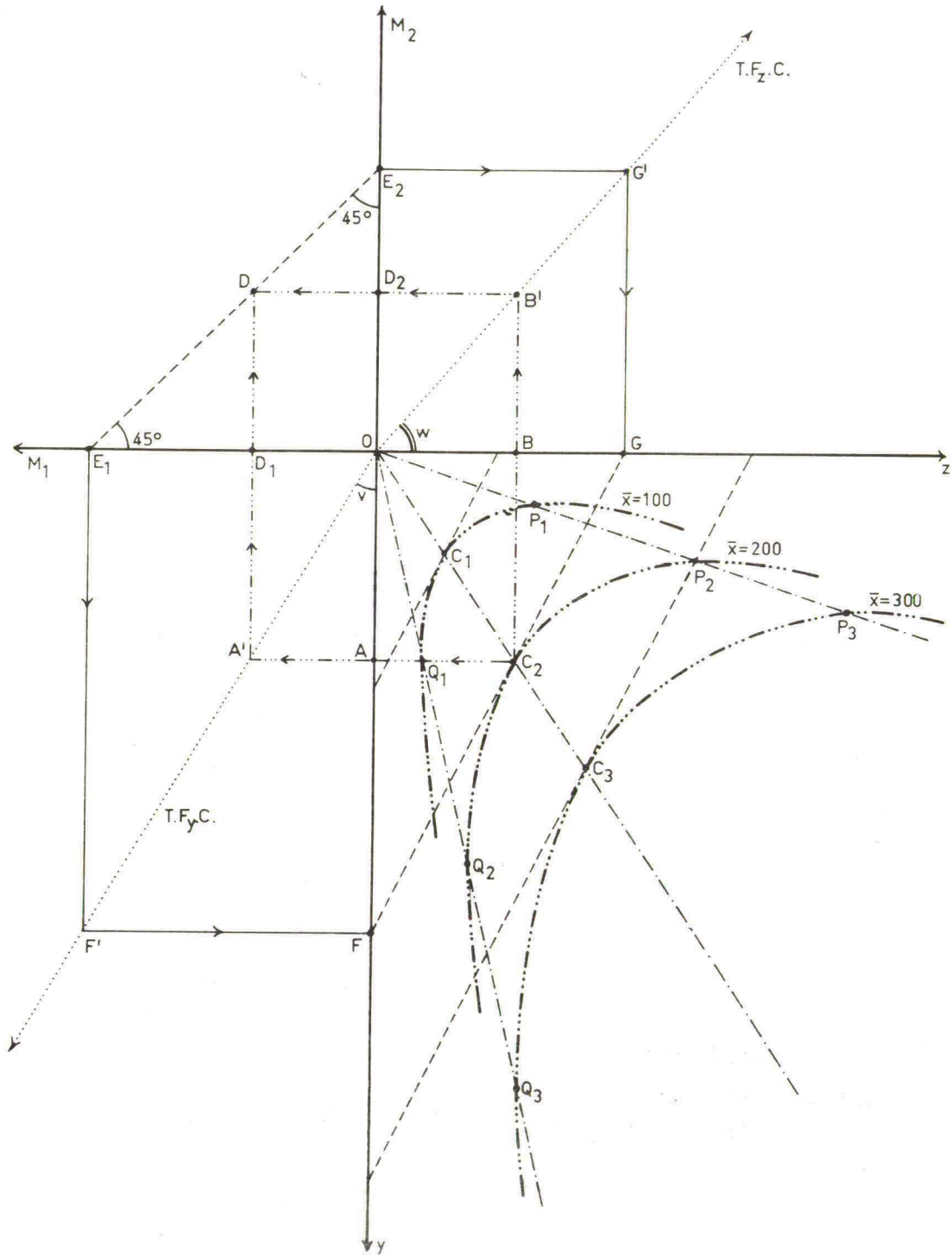
11) Aangezien de totaal-afgeleide van de bestedings-functie $E = G(y, z)$, t.w.

$$dE = \frac{\partial e}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial e}{\partial z} \cdot dz = g_y \cdot dy + g_z \cdot dz$$

langs een en dezelfde isotime (\bar{e}) per definitie nihil is, geldt in het algemeen:

$$\text{M.E.F.T.}_{z/y} \text{ of } \frac{dz}{dy} = - \frac{g_y}{g_z} = - \frac{\frac{\partial e}{\partial y}}{\frac{\partial e}{\partial z}}$$

FIGUUR IX



Het antwoord op de gestelde vraag menen de Neo-klassieken te vinden in het raakpunt C_2 (figuur IX), een raakpunt dat, gezien de variatiebreedte van de inputprijs-ratio v/w of M.E.F.T. der isotime - gelegen tussen oneindig (als $w = 0$) en nul (als $v = 0$) - en van de M.T.F.S. der isoquant - dus steeds gelegen zal zijn binnen de geschetste "economic region", d.w.z. het gebied, ingeklemd tussen de beschreven grens-isoclinen OP en OQ.

Anders gezegd, uit deze oneindige doch begrensde verzameling van productie-technieken zal de programmerende ondernemer o.i.v. de heersende inputprijs-ratio v/w steeds die productietechniek kiezen, waardoor de, bij deze geldvoorraad mogelijke technische output gemaximeerd wordt.

In dit raakpunt C_2 - waarin dus

$$\frac{v}{w} = \frac{f_Y}{f_Z} \text{ geldt, m.a.w. waarin } \frac{f_Y}{v} = \frac{f_Z}{w} \text{ dus nivellering}$$

van de partiële grensproductiviteit van geld plaats heeft - wordt de bereikbare output van de "mono-product firm" gemaximeerd, en derhalve de "geld-uitgave quote" (of "cost" per eenheid product) geminimeerd, reden waarom men dit punt wel als "Minimal-kosten-punkt" aanduidt.¹²⁾

In dit raakpunt C_2 zijn de "costs" van

$$\begin{aligned} \text{OA eenheden "arbeid"} &= AA' = OD_1 = E_2D_2 \text{ en van} \\ \text{OB eenheden "grond"} &= BB' = D_1E_1 = D_2O, \text{ dus de} \\ \text{"total costs"} &= \frac{D_1E_1}{OE_1} = \frac{E_2D_2}{OE_2} \text{ gelijk aan de} \\ &\text{geldvoorraad } (\bar{e}). \end{aligned}$$

12) In elk punt van het lijnstuk GC_2 geldt:

$$\frac{v}{w} < \frac{f_Y}{f_Z} \quad \text{dus} \quad \frac{f_Y}{v} > \frac{f_Z}{w}$$

zodat de gewenste nivellering van de monetaire grensproductiviteit de vervanging zal vereisen van eenheden Z door eenheden Y, waardoor f_Z vergroot en f_Y verkleind worden, zodat middels deze factor-uitwisseling het raakpunt C_2 is gerealiseerd. Met betrekking tot het lijnstuk FC_2 vindt substitutie in tegengestelde richting plaats.

Hoewel dezelfde "total costs" gelden voor elk punt van de isotime, is in C_2 de "least cost combination" bereikt, omdat aldaar de technische output een maximum bereikt, reden waarom wij dit punt liever het "bedrijfsmaximum" m.b.t. de gegeven geldvoorraad zouden willen noemen.¹³⁾

Het komt ons voor, dat hiermede het vraagstuk van het optimale "gebruik" van een gegeven "bezit" met alternatieve aanwendingsmogelijkheden - een situatie, welke grote gelijkenis vertoont met de zogenaamde tweede casus-positie van Böhm-Bawerk - onvoldoende is geanalyseerd.

Wat de rationele producent nastreeft, is niet "maximering van output" of "minimering van geld-uitgave quote", niet het "bedrijfs-maximum" of de "intensive margin of money", maar "maximering van contribution", zo werd tenminste in de "theory of the firm" m.b.t. de long-run analyse gesteld.

Is het bedoelde raakpunt C_2 echter wel als "contribution maximum" of "rentabiliteits-optimum" te beschouwen, zo vragen wij ons zelf af ?

10. Long Run; Rentabiliteits-optimum.

In de voorgaande paragraaf is uitgegaan van de individuele producent als bezitter van een bepaalde, gefixeerde "geldvoorraad" (\bar{e}) - d.i. van een ondernemer als "typische Schuldner" (J.A. Schumpeter) - welke geldvoorraad dus als een "constante productiefactor" van monetaire aard is te zien.

Deze zienswijze is de "theory of the firm" geheel vreemd, waarin immers termen als productie-functie en productiefactor in het algemeen louter een fysiek-technische betekenis hebben.

13) Bepaalde standaardkosten-theoretici gaan zelfs zover, dat zij de "isotime" als curve van gelijke "offers" beschouwen, en daarbij de term "costs" of "kosten" reserveren voor dat punt van de isotime, dat hier als het raakpunt C_2 werd aangeduid.

Het begrip "kosten" wordt aldus gekoppeld aan het begrip "doelmatigheid", maar welk doel staat achter dit geheel ?

In een dergelijke optiek heeft de long-run analyse dan uitsluitend betrekking op zogenaamde "variabele productie-factoren" of "Kosten-produktiv Mittel" - zoals arbeid en grond - waardoor aan de kostenzijde dus niet wordt uitgegaan van één enkele transformatie-curve (FG) als "boundary" van de "feasible region" (OFG), doch van een verzameling of stelsel van vele "isotimen" of "iso-cost curves".

Deze lineaire curven zijn daarbij niet alleen onderling parallel gesitueerd - zulks t.g.v. het constant blijven van de verhouding tussen de beide aanschaffingsprijzen - maar bovendien proportionele of perspectivische vergrotingen van elkaar als gevolg van het constant blijven van elke inkoop prijs op zich bij vergroting van de ondernemers-activiteit.

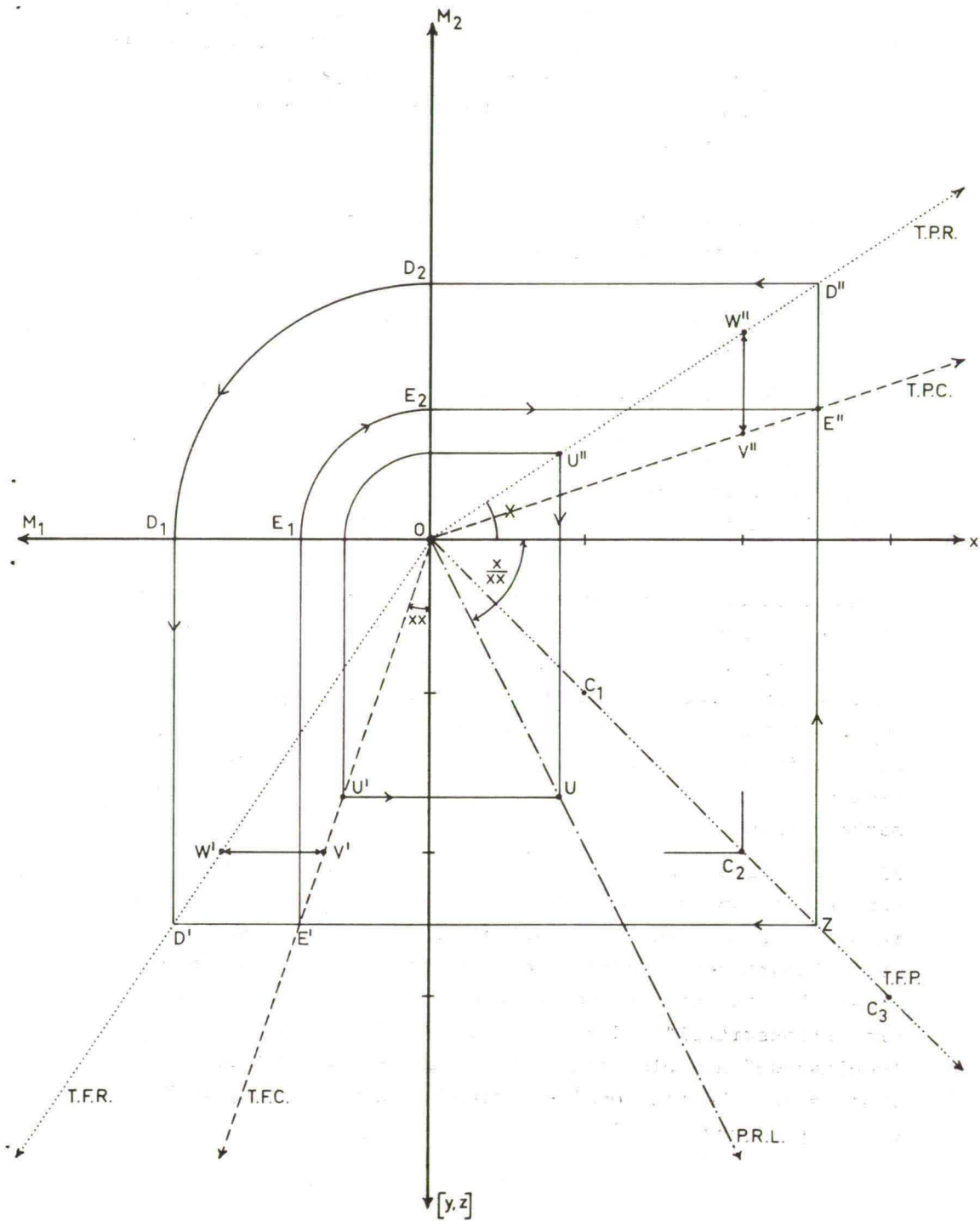
Kortom, het stelsel van isotimen is als een nest van "iso-cost curves" de weerspiegeling van de "Law of Constant Cost to Scale", waarvan elke curve dus een zeer bepaald niveau van geld-uitgaven als stroomgrootheid symboliseert zodra grafisch een "basis-isotime" ($\bar{e} = f$ l.- als voorraad-grootheid) in dit assenstelsel is uitgezet.

Tegenover deze, aldus gestructureerde verzameling van lineaire curven aan de input-zijde staat - in FIGUUR IX - als weerspiegeling van de "Law of Constant Return to Scale" aan de output-zijde een overeenkomstig gestructureerd nest van "iso-return curves"; elke isoquant als symbool van een zeer bepaald niveau van output of productie-opbrengst zodra grafisch een "basis-isoquant" ($\bar{x} = 1$ stuks) in dit assenstelsel is uitgezet.

Beide stelsels hebben primair een fysiek-technische betekenis; de onderscheiden raakpunten (C) tussen isotimen en isoquanten - gelegen op een lineair "kostenpad" of "expansion path" - zijn de uitdrukking van een en dezelfde technische "troika", de voorstelling van een driezijdige relatie van strikte complementariteit tussen input en output.

Anders gezegd, zij stellen als OC-isocline één enkele "productie-techniek" voor, zodat de long-run "Ertragskurve"

FIGUUR X



(T.F.P.)- afgebeeld in Figuur X - dus rechtlijnig van vorm is in tegenstelling tot die van de short-run, uitgebeeld in Figuur II.

Zijn in het fysiek-technische vlak de bedoelde raakpunten (C) - als punten waarin bij een bepaalde isotime de output wordt gemaximeerd - dus te zien als "bedrijfsmaxima", de vraag is of in het monetair-economische vlak deze punten ook als "contribution-maxima" zijn te beschouwen.

Gelet op de monetaire inhoud van het begrip "contribution" en gezien de nominalistische interpretatie van "isotimen" als "iso-cost curves", is het duidelijk dat de gestelde vraag slechts te beantwoorden is zodra het gegeven stelsel van "isoquanten" of "iso-return curves" vervangen wordt door een stelsel van "isoforen" of "iso-revenu curves".

Uitgaande van de suppositie, dat ook de verkoopprijs van het outputproduct (r) bij vergroting van de ondernemers-activiteit constant blijft, zal dit monetaire stelsel van isoforen op een eenvoudige wijze zijn af te leiden uit het technische stelsel van isoquanten, namelijk door deze afzetprijs (r) te hanteren als een vast omrekeningsgetal ("numéraire").

Terwijl door deze omrekening nu de basis-isoquant wordt tot basis-isofoor - met een omzet-niveau gelijk aan de afzetprijs-, wordt het gehele stelsel van "iso-return curves" nu tot een nest van "iso-revenu curves" - uitdrukking van de "Law of Constant Revenu to Scale" -, waarvan elke curve dus een zeer bepaald niveau van geld-ontvangsten als stroomgrootheid symboliseert.

Maximering van de "return" of "afzet" in een raakpunt (C) gaat bijgevolg steeds gepaard met maximering van de "revenu" of "omzet", d.i. de "Ertragswert" in de terminologie van Böhm Bawerk.

Elk bedrijfsmaximum is dus tevens contribution-maximum ten aanzien van de alternatieve productie-technieken met behoud van hetzelfde kostenbedrag (\bar{e}), waarbij het alleszins mogelijk is dat de contribution nihil, positief dan wel negatief is.

De, in FIGUUR IX uitgebeelde OC-isocline zal, ingeval van "perfect competition" op elk der drie relevante markten, uitdrukken:

1. één van de technisch-rationele of "efficiënte" productie-technieken;
2. en meteen de verzameling van "least cost combinations" voor gegeven, constante inputprijzen;
3. en de verzameling van de daarbij horende "contribution maxima" voor gegeven, constante outputprijs;

hetgeen beantwoordt aan de economisch-rationele of "doelmatige" productie-techniek.

Daarbij moet nochtans worden opgemerkt, dat indien

- a. de contribution negatief is, er slechts één enkel contribution-maximum voorhanden is, namelijk het nulpunt;
- b. de contribution positief is, er slechts één singulier contribution-maximum denkbaar is, namelijk op een afstand oneindig ten opzichte van het nulpunt;
- c. de contribution nihil is, alle punten van de lijn (OC) gekenmerkt zijn door een indifferentie wat de contribution betreft.

Ook in de long-run analyse dient de vraag gesteld, welke invloed een eventuele wijziging in marktprijzen - i.c. de monetaire "troïka" - uitoefent op de programmering van de ondernemers-activiteit, m.a.w. in hoeverre een aanpassing van het optimale activiteits-programma noodzakelijk zal zijn bij verandering van een factor-inkoopprijs of van een product-verkoopprijs.

Door een wijziging van de aanschaffingsprijs van een input-factor zal - in figuur IX - de positie van de isotimen veranderen, waardoor dus een ander van de "efficiënte" productie-technieken - gelegen in het technisch-rationele stadium tussen de grens-isoclinen OP en OQ - het stempel van doelmatigheid wordt opgedrukt.

Anders gezegd, door een dergelijke prijsmutatie pivotteert - in figuur IX - het "kostenpad" of "expansion path" rond de oorsprong, waardoor - in figuur X - dus de moleculaire samenstelling van het input-pakket - op de factor-coördinaat - zich wijzigt, en ook de hellingshoek van de "price-ratio line" (P.R.L.) verandert.

Door een wijziging van de verkoop- of afzetprijs van het outputproduct zal daarentegen - in figuur IX - geen aanpassing van productie-techniek worden uitgelokt, geen verandering in het bestedingspatroon van de geldvoorraad (\bar{e}) als kostenbedrag worden opgewekt, doch enkel - in figuur X - de "price-ratio line" (P.R.L.) een scharnierende beweging uitvoeren.

Zolang de hellingshoek van deze curve - de monetaire "troïka" - t.o.v. de factor-coördinaat kleiner is dan die van de, standvastig verankerde "Ertragskurve" - de technische "troïka" -, bestaat voor deze ondernemer bij elk niveau van activiteit de mogelijkheid, een "contribution" in positieve zin te behalen.

Sterker, opvoering van de schaal van ondernemers-activiteit zal steeds gepaard gaan met een proportionele of perspectivische vergroting van de totale contributie, zodat de vraag gesteld kan worden, welke omstandigheid of factor hem belemmert, het activiteits-niveau zodanig op te voeren, dat zijn onderneming de gehele afzetmarkt van deze bedrijfstak tot zich trekt en aldus de "perfect competition" op deze productmarkt vernietigt!

Ziet men - zoals wij - deze beperkende factor gelegen in de beperkte omvang van de, hem ter beschikking staande geldvoorraad (\bar{e}), zo kan men stellen, dat in de long-run deze monetaire "scarce means which have alternative uses" als "constraint" - "constante productiefactor" of "Spezifisches Produktionsmittel" - door het economisch-rationele of "doelmatige" handelen van de "typische Schuldner" dus de functie van "bottle neck" - knelpuntsfactor of "Engpass" - wordt opgedrongen.

Dat in een dergelijke situatie de omvang van de geldelijke uitgaven of "cost" als stroomgrootheid gelijk is aan de omvang van het geldelijke bezit als voorraadgrootheid, zodat het maximeren van "contribution" als positief verschil tussen "revenu" en "cost" in zulk een geval samenvalt met het maximeren van "revenu" - indirecte opbrengstwaarde of "Ertragswert" - is vanzelfsprekend.

Dit samengaan van "contribution maximum" en "rentabiliteits-optimum" wordt echter doorbroken indien door daling van de verkoopprijs van het outputproduct (r) zich de "price-ratio line" (P.R.L.) zodanig om de oorsprong scharniert, dat bij deze wenteling de standvastig verankerde "Ertragskurve" (T.F.P.) wordt gepasseerd!

Dient, nu door deze verlaging van opbrengstprijz elke mogelijkheid tot het behalen van (positieve) "contribution" komt te vervallen, dus elke weg tot vermeerdering van de gegeven geldvoorraad is geblokkeerd, het besluit genomen te worden, elke ondernemers-activiteit achterwege te laten, de bestaande geldvoorraad onberoerd te laten rusten in vrede?

HOOFDSTUK II.

Het evenwicht in de Long-run.

11. Credo.

Als economie is "the science which studies human behavior as a relationship between ends and scarce means which have alternative uses" (L. Robbins) rijst de vraag, wat onder doel en middel van het economisch subject is te verstaan.

In de "Zurechnungslehre" van Böhm Bawerk alsook in de "theory of the firm" van de Neo-klassieken is uitgegaan van de gedachte, dat het doel van het rationele producentengedrag gelegen is in de maximering van de "Deckungsbeitrag" of "Contribution", het positieve verschil tussen "Ertragswert" of "revenu" als ingaande en "Substitutionswert" of "cost" als uitgaande geldstroom.

Zo monetair het doel, zo technisch de middelen, welke onderscheiden zijn in variabele of "Kostenproduktiv Mittel" enerzijds en constante of "Spezifische Produktionsmittel" anderzijds.

In het kader van de programmering zijn naar onze mening de variabele productiemiddelen niet te zien als middel of fundament, waarop het vraagstuk van economisch handelen is te bouwen.

"Kostenproduktiv Mittel" zijn inputfactoren, waarover de producent actueel niet beschikt, maar die hem potentiëel ter beschikking staan in zoverre hij beschikkingsmacht heeft over geldmiddelen.

Onder "scarce means" menen wij dan ook te moeten verstaan de geldvoorraad plus de "Spezifische Produktionsmittel" van technische aard, met andere woorden de beperkt voorradige middelen of bezittingen van het activiteitscentrum, van welke aard deze ook mogen zijn.

Het bekende onderscheid tussen short-run en long-run analyse - gebaseerd op het al of niet voorkomen van constante productiemiddelen van technische aard - kan gehandhaafd worden, met dien verstande dat ook bij de programmering op lange termijn rekening gehouden wordt met "scarce means", i.c. de geldvoorraad; geen activiteits-analyse zonder beperkt voorradige middelen.

Door de introductie van de geldvoorraad in de analyse verandert naar onze mening de inhoud van het kostenbegrip in de waarde-theorie; het bekende onderscheid tussen "Gemeine" en "Spezifische Zurechnung" komt te vervallen, en het begrip "Deckungsbeitrag" of "Contribution" verliest haar betekenis voor "decision making".

Kosten zijn ons inziens geen uitgaven van geld, maar waardeoffers; kosten zijn primair verbonden aan het gebruik van bezit, en vanuit deze inputfactoren om te rekenen tot kostprijzen van de outputproducten, welke als aanwendungen van deze bezittingen zijn te zien.

Op zichzelf echter hebben bezittingen - ongeacht of zij van technische dan wel van monetaire aard zijn - nog geen waarden, ontstaan door hun aanwending dus nog geen kosten, en kennen de resulterende producten dus nog geen kostprijzen.

Schreef Auguste Walras toch reeds:

"It is a characteristic of all wealth, of all things possessing value, that they should be limited. It is this that constitutes 'rareté', a word denoting an insufficient supply to meet all claimants. It is to this 'rareté' alone, that value is due. Whatever has value owes its value entirely to this principle of limitation.

Utility (objectieve gebruikswaarde) is not the cause, though it may be a necessary condition.

If utility be the explanation, then, wherever there is utility, there also should value exist. But sunshine and rain are standing proofs to the contrary. They exist in such abundance that everyone can take 'à son aise et à

foison' without anyone being deprived thereby".

Böhm Bawerk heeft deze gedachte als volgt geformuleerd:

"Alle Güter haben Nützlichkeit (objectieve gebruikswaarde), aber nicht alle Güter haben Wert. Damit Wert entstehe, musz sich zur Nützlichkeit auch Seltenheit gesellen; nicht absolute, sondern relative Seltenheit im Vergleiche zum Bedarf nach Gütern der betreffenden Art.

Genauer bestimmt: Güter erlangen dann Wert, wenn der verfügbare Gesamtvoorraat an Gütern solcher Art so gering ist, dasz er zur Deckung der von ihnen Befriedigung heischenden Bedürfnisse entweder nicht oder doch nur so knapp ausreicht, dasz er ohne die Güterexemplare, um deren Schätzung es sich gerade handelt, schon nicht mehr ausreichen würde."

Waarde - in de zin van subjectieve gebruikswaarde - heeft een bezitting alleen wanneer het "full employment" kent, knelpuntsfactor of "bottle neck" (ondermaatsfactor, Engpasz) is, met andere woorden in geval van schaarste van middel tot doel.

Waarde heeft een bezitting alleen wanneer, ondanks volledige aanwending van deze inputfactor, nog een manco aan outputproduct bestaat, dat zich manifesteert in het bestaan van een productprijis.

Alleen dān is technische verspilling een economisch verlies; alleen dān betekent het gebruik van het bezit in de ene aanwendingsrichting een voorbijgaan aan "alternative uses"; alleen dān is er een vraagstuk van economische handeling.

Het een en ander betekent naar onze mening dat het probleem van doelmatig producentengedrag vanuit twee wel te onderscheiden gezichtspunten is te beschouwen, dat wil zeggen een objectief-technisch ("primal") alsook een subjectief-economisch ("dual") aspect heeft.

In de objectief-technische beschouwingwijze is het doel van de producent gelegen in maximering van "revenu", als ingaande geldstroom gekoppeld aan de verkoop van de diensten, geleverd door zijn bezittingen.

In de subjectief-economische benaderingswijze is het doel van de producent gelegen in minimering van "cost", gezien niet als besteding van geld maar als opoffering van waarden (nihil of positief), toegerekend aan zijn bezittingen.

In de "primal" is antwoord te geven op de vraag, wat als optimale aanwending van het bezit (de optimale "product-mix") is te zien; in de "dual" is de vraag, wat onder de optimale waardering van het bezit moet worden verstaan.

Of men zich nu richt op maximering van opbrengsten dan wel op minimering van kosten, beide wegen zullen leiden tot hetzelfde optimale activiteitsprogramma, beide wegen zullen voeren tot dezelfde extreme doel-omvang.

Trachten wij dit credo van waarde en prijs, van kosten en opbrengsten, te verduidelijken door allereerst de - in het vorige hoofdstuk behandelde - neo-klassieke programmering te vereenvoudigen.

12. Neo-physiocratische programmering.

Kenmerkend voor de neo-klassieke programmering is de betekenis, welke binnen haar technische onderbouw gehecht wordt aan de "Law of Diminishing Return", een wetmatigheid betreffende de verandering van het output-volume t.g.v. een wijziging in de kwantitatieve verhouding der input-volumina.

Gesteld wordt dat, waar een wijziging in de extensiteit van gebruik van het "Kosten-produktiv Mittel" neerkomt op een verandering in de intensiteit van gebruik van het "Spezifisches Produktions-mittel" - zoals in de short-run analyse steeds het geval is -, zulk een wijziging aan de input-zijde ook een verandering aan de output-zijde zal veroorzaken, dat wil zeggen het output-volume niet onberoerd zal laten.

Het belang van deze technische wet voor de programmering op korte termijn is hierin gelegen, dat bij "perfect competition" een rentabiliteits-optimum (R) slechts denkbaar is binnen het interval tussen het "bedrijfs-minimum" (P) en het "bedrijfs-maximum" (Q), welke variatie-breedte van bezettingsgraad wij

hebben aangeduid als het "technisch-rationele stadium" (PQ).

Wat de programmering op lange termijn betreft, zodra alle productie-factoren qua volume in gelijke mate worden gewijzigd is het alleszins aannemelijk, dat zich ook het output-volume in dezelfde mate zal ontwikkelen, zodat van een proportionele of perspectivische verandering kan worden gesproken.

Terwijl deze "Law of Constant Return to Scale" op zichzelf dus de "positie" van de "isoquanten" bepaalt, wordt de "vorm" van deze "iso-return curves" mede gedetermineerd door de eerder genoemde "Law of Diminishing Return", zoals gedemonstreerd is in FIGUUR VII.

Elke isoquant is een vloeiende kromme, en weerspiegelt dus een continu-variabele substitutie-verhouding in die zin, dat elk punt van een iso-return curve haar eigen "marginal rate of technical factor substitution"

$$-- \text{M.T.F.S.}_{z/y} = \frac{dz}{dy} = - \frac{\frac{\delta x}{\delta y}}{\frac{\delta x}{\delta z}} --$$

kent als verhouding van de partiële grensproductiviteiten der beide inputfactoren, dat wil zeggen als ratio van grootheden welke geen van beiden negatief zullen zijn in het "technisch-rationele stadium". 14)

Hoe verschillend is haar vorm echter bij de neo-physiocratische programmering, waarbij wel de "Law of Constant Return to Scale" - als "proportionality postulate" - gehandhaafd blijft, doch de "Law of Diminishing Return" vervangen wordt door het zogenaamde "additivity postulate".

14) Deze "economic region" wordt dus begrensd door de beide grens-isoclinen OP en OQ, waarop de partiële grens-productiviteit van "grond" (f_z) respectievelijk van "arbeid" (f_y) nihil is, en de raaklijn aan de isoquant dus parallel loopt aan de ordinaat resp. aan de abscis.

Anders gezegd, alleen binnen de "economic region" kent de iso-return curve een "convex" verloop.

Zij in eerste instantie aangenomen, dat de beide productie-middelen optreden als "Kuppel-factoren", zo volgt uit deze relatie van strikte complementariteit, dat een wijziging van één der input-volumina steeds het output-volume onberoerd zal laten.

De partiële grensproductiviteit van elke inputfactor zal nihil en elke isoquant bijgevolg L-vormig zijn;

haar hoekpunt drukt de technisch-rationele combinatie van de productie-factoren uit, hetgeen t.g.v. het "proportionality postulate" betekent, dat de verzameling van deze hoekpunten als een lineaire isocline dus de efficiënte productie-techniek voorstelt.

Van een neo-physiocratische programmering als keuze-vraagstuk inzake productie-technieken kan echter eerst gesproken worden als het bestaan van minstens twee van dergelijke efficiënte productie-technieken wordt voorop gesteld, en het "additivity postulate" wordt geïntroduceerd.

Het moge duidelijk zijn, dat van twee alternatieve productie-technieken er slechts één als "technisch rationeel" of "efficiënt" is te zien, wanneer de verbindinglijn tussen de hoekpunten der beide-- met een zelfde output-volume corresponderende-- L-vormige isoquanten een positieve hellingshoek vertoont.

In het geval van een negatieve hellingshoek is het voorshands nog een open vraag, of in het kader van de bedoelde keuze-problematiek nu enige betekenis toekomt aan de verzameling van punten gelegen op zulk een verbindinglijn, d.w.z. of het gebied, geflankeerd door de beide grens-isoclinen - als uitdrukking van de beide efficiënte productie-technieken - nu als een "economic region" is aan te merken.

Eerst de introductie van het "additivity postulate" maakt het mogelijk, deze vraag bevestigend te beantwoorden, daar op grond van dit postulaat thans zulk een negatief-hellende verbindinglijn inderdaad als een "isoquant" mag worden opgevat.

Het "additivity postulate" vult de aanvankelijk lege ruimte tussen de twee technisch-rationele productie-technieken op tot een "economic region", waarbinnen dan elk productie-proces als vector is te ontbinden - middels de parallellogram-regel - in deze twee basisvectoren, met andere woorden is te beschouwen als een lineaire combinatie van deze beide grens-isoclinen.

Ter verduidelijking volgt hier een voorbeeld - grafisch uitbeeld in FIGUUR XI - waarin is uitgegaan van: 15)

$\begin{matrix} j \\ i \end{matrix}$	Techniek I	Techniek II	Voorraad
Factor Y	$\alpha_1 = a_{11} = 100$	$\alpha_2 = a_{12} = 60$	$\bar{y} = b_y = 500$
Factor Z	$\beta_1 = a_{21} = 5$	$\beta_2 = a_{22} = 8$	$\bar{z} = b_z = 50$

Wat deze tabel betreft zij opgemerkt, dat terwijl in de laatste kolom de beschikbare capaciteiten (\bar{y} en \bar{z}) zijn vermeld van de "Spezifische Produktions-mittel" of "constraints", de overige kolommen - als "Leistungs-bedarfs-matrix" - de benodigde capaciteiten aangeven per eenheid van het output-product, met andere woorden de input-quoten als "technische coëfficiënten" van de efficiënte productie-technieken.

Wat de corresponderende figuur XI aangaat - waarvan de lijn VW voorlopig buiten beschouwing blijft - stellen wij vast, dat terwijl de bedoelde productie-technieken zijn voorgesteld door isoclinen (veldstralen, "process rays", "Verfahrens-linien"),

-
- 15) Het onderstaande is onder andere gebaseerd op:
 Prof. dr. D.B.J. Schouten,
 "Exacte Economie" (appendix 1);
 Stenfert Kroese N.V., Leiden, 1957.

de beschikbaarheids-situatie (\bar{y}, \bar{z}) wordt uitgedrukt door het punt D gelegen op de isoquant AB, waarmee een bepaalde omvang van output (return) correspondeert.

Geometrisch kan nu deze beschikbaarheids-vector (OD) - middels de parallellogram-regel - ontbonden worden in de beide basis-vectoren (I en II) zodat geldt:

$$(i) \quad \frac{BD}{AB} = \frac{PD}{OA} = \frac{OQ}{OA} = \frac{OQ}{x} \quad \text{dus: } BD = OQ \cdot \frac{AB}{x} \quad \text{en}$$

$$(ii) \quad \frac{AD}{AB} = \frac{QD}{OB} = \frac{OP}{OB} = \frac{OP}{x} \quad \text{dus: } AD = OP \cdot \frac{AB}{x} \quad \text{zodat}$$

$$(iii) \quad \frac{BD}{AD} = \frac{OQ}{OP}.$$

Verbaal geformuleerd: de verhouding, waarin de beschikbaarheids-vector (OD) de maximaal-bereikbare isoquant (AB) verdeelt, weerspiegelt de verhouding waarin de beide aangrenzende productietechnieken moeten worden gecombineerd ter verkrijging van dit output-maximum.

Algebraïsch geldt:

$$\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad \text{zodat}$$

$$(1) \quad y = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 \quad \text{en}$$

$$(2) \quad z = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2$$

waarin x_1 en x_2 de output-volumina van resp. techniek I en II voorstellen.

Uit dit stelsel van lineaire vergelijkingen volgt "uno acto" - middels de regel van Cramer -

$$(3) \quad x_1 = OQ = \frac{D_1}{D} = \frac{\begin{vmatrix} y & a_{12} \\ z & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{a_{22} \cdot y - a_{12} \cdot z}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}}$$

$$(4) \quad x_2 = OP = \frac{D_2}{D} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & y \\ a_{21} & z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{a_{11} \cdot z - a_{21} \cdot y}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}}$$

zodat m.b.t. de integrale output gelden zal:

$$(5) \quad x = x_1 + x_2 = \frac{a_{22} - a_{21}}{D} \cdot y + \frac{a_{11} - a_{12}}{D} \cdot z$$

Deze mathematisch-vereenvoudigde versie van de neo-klassieke productie-functie houdt in, dat:

I. de partiële grensproductiviteit van arbeid-- $f_y = \frac{\delta x}{\delta y}$ --
overgaat in: $\frac{a_{22} - a_{21}}{D}$,
te schrijven als $\frac{1}{\hat{y}}$ waarin \hat{y} de "marginale arbeidsquote" is;

II. de partiële grensproductiviteit van grond-- $f_z = \frac{\delta x}{\delta z}$ --
overgaat in: $\frac{a_{11} - a_{12}}{D}$,
te schrijven als $\frac{1}{\hat{z}}$ waarin \hat{z} de "marginale grondquote" is;

III. de bedoelde productie-functie-- $x = \frac{\delta x}{\delta y} \cdot y + \frac{\delta x}{\delta z} \cdot z$ --
overgaat in: $x = \frac{1}{\hat{y}} \cdot y + \frac{1}{\hat{z}} \cdot z$;

IV. de hellingshoek van de isoquant

$$-- \frac{dz}{dy} = - \frac{\frac{\delta x}{\delta y}}{\frac{\delta x}{\delta z}} = - \frac{f_y}{f_z} --$$

niet langer in elk punt een andere zal zijn, maar als

$$\frac{dz}{d\bar{y}} = - \frac{\frac{a_{22} - a_{21}}{D}}{\frac{a_{11} - a_{12}}{D}} = - \frac{\frac{1}{\bar{y}}}{\frac{1}{\bar{z}}}$$

tussen twee aangrenzende isoclinen - als "efficiënte productie-technieken"- constant zal blijven.¹⁶⁾

Zijn wij, ter inleiding van de neo-physiocratische programmering, tot dusver uitgegaan van een beschikbaarheids-situatie (D) welke bepaald werd door twee constante productie-factoren van fysieke aard, thans zij, in het kader van de long-run analyse, verondersteld dat de "typische Schuldner" over één "Spezifisches Produktions-mittel" van monetaire aard beschikt, te weten een bepaalde geldvoorraad (\bar{e}) welke eenmalig besteed kan worden aan een tweetal "Kosten-produktiv Mittel".

Vervallen in de gegeven "Leistungs-bedarf-matrix" dus de voorraadgrootheden \bar{y} en \bar{z} , en nemen wij aan dat

$$\bar{e} = f \ 4400.- \quad v = f \ 4.- \quad w = f \ 80.-$$

waarbij v en w de prijzen zijn van de variabele productie-

16) Gezien de tabel geldt in ons voorbeeld:

$$(3) \quad x_1 = OQ = \frac{1.000}{500} = 2 \text{ stuks,}$$

$$(4) \quad x_2 = OP = \frac{2.500}{500} = 5 \text{ stuks,}$$

$$(5) \quad x = x_1 + x_2 = 2 + 5 = 7 \text{ stuks.}$$

Binnen de "economic region" geldt:

I. partiële grensproductiviteit van arbeid = $\frac{1}{\bar{y}} = \frac{3}{500}$, en

II. partiële grensproductiviteit van grond = $\frac{1}{\bar{z}} = \frac{40}{500}$; dus als

III. productiefunctie geldt:

$x = 0,006 y + 0,080 z$ -- hetgeen in de genoemde beschikbaarheids-situatie betekent dat:

$$x = 3 + 4 = 7 \text{ stuks --}$$

IV. terwijl de "marginal rate of technical₃ factor-substitution" (M.T.F.S. $\frac{z}{y}$) constant dus $= \frac{3}{40}$ zal zijn.

Aangezien bij overschrijding van isocline I -- "intensive margin of land" -- geldt: $f_y = 0$ i.p.v. 0,006 en bij overschrijding van isocline II -- "intensive margin of labor" -- geldt: $f_z = 0$ i.p.v. 0,080 zal de M.T.F.S. op deze isoclinen zelf, enigszins onbepaald zijn.

factoren y en z, die wij --getrouw aan de traditie-- resp. "arbeid" en "grond" zullen noemen, abstraherend van de specifieke reële kenmerken van deze productie-middelen.

Een en ander houdt in dat

$\begin{matrix} & j \\ i \end{matrix}$	Techniek I	Techniek II	Voorraad
Factor E	$\gamma_1 = f 800.-$	$\gamma_2 = f 880.-$	$\bar{e} = f 4400.-$

waarbij met betrekking tot de geld-uitgaaf-quoten --of monetaire input-quoten-- geldt:

$$(i) \quad \gamma_1 = a_{11} \cdot v + a_{21} \cdot w$$

$$(ii) \quad \gamma_2 = a_{12} \cdot v + a_{22} \cdot w$$

Grafisch is in figuur XI deze monetaire beschikbaarheids-situatie uitgebeeld door de isotime VW, welke als transformatie-curve van de geldvoorraad (\bar{e}) dus de "feasible region" aan haar maximum-zijde begrenst, en voldoet aan:

$$\begin{aligned} \bar{e} &= v \cdot y + w \cdot z & \text{of} \\ 1 &= \frac{v}{\bar{e}} \cdot y + \frac{w}{\bar{e}} \cdot z & 17) \end{aligned}$$

De omstandigheid, dat men slechts aan één "constraint" gebonden is leidt ertoe, dat de bereikbare output (return) thans te maximaleren is niet door meerdere productie-technieken te combineren, maar door slechts één productie-techniek toe te passen.

Welke deze singuliere productie-techniek zal zijn?

Het antwoord op deze vraag wordt bepaald door de grootte van de onderscheiden monetaire input-quoten, en luidt: die productie-techniek, waarin de gelduitgaaf-quote ("cost" per eenheid out-

17) Doorgangspunten op de respectieve inputfactor-coördinaten

$$\begin{aligned} \text{derhalve } OV &= \frac{\bar{e}}{v} \quad \text{en} \quad OW = \frac{\bar{e}}{w} ; \\ \text{hellingshoek van isotime} &= \text{M.E.F.T.} = \frac{dz}{dy} = - \frac{v}{w} = - \frac{1}{20} . \end{aligned}$$

put) minimaal is.

Is dus - zoals in de gegeven matrix -

$$\begin{aligned} & \gamma_1 < \gamma_2 \\ \text{dus:} & a_{11} \cdot v + a_{21} \cdot w < a_{12} \cdot v + a_{22} \cdot w \\ \text{dus:} & a_{11} \cdot v - a_{12} \cdot v < a_{22} \cdot w - a_{21} \cdot w \\ \text{dus:} & \frac{v}{w} < \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} - a_{12}} \end{aligned}$$

met andere woorden is - zoals in figuur XI - de hellingshoek van de "isotime" (M.E.F.T.) kleiner dan de hellingshoek van de "isoquant" (M.T.F.S.), zo zal ter maximering van de bereikbare output dus productie-techniek I moeten worden toegepast.

Dat bij deze wijze van produceren de schaal of het niveau van productie wordt voorgesteld door het lijnstuk OC - waarbij punt C dus het "Minimal-kosten-punt" is - en

$$x = x_1 = \frac{\bar{e}}{\gamma_1} \quad (\text{i.c. } 5\frac{1}{2} \text{ stuks}) \text{ beloopt,}$$

is evident.

Dat bij deze wijze van "full employment" van de geldvoorraad (\bar{e}) het bestedings-patroon gekenmerkt wordt door een verhouding tussen "grondkosten" en "arbeidskosten" overeenkomend met

$$\frac{a_{21} \cdot w}{a_{11} \cdot v} = \frac{\frac{a_{21}}{a_{11}}}{\frac{v}{w}} = \frac{\frac{CS}{SO}}{\frac{CS}{VS}} = \frac{VS}{SO} = \frac{VC}{CW}$$

- dit is de elasticiteit van de isotime in punt C - behoeft geen toelichting.¹⁸⁾

18) De verdeling van de isotime door punt C - met andere woorden de lineaire ontbinding van de vector OC middels de parallellogram-regel in de vectoren OS en OT - verschilt van de lineaire ontbinding van de vector OD in de vectoren OP en OQ in zoverre, dat thans de basis-vectoren loodrecht op elkaar staan.

Noch aan deze "least-cost combination", noch aan het bedoelde "Minimal-kostenpunt", menen wij enig belang te kunnen hechten, zulks vanwege de omstandigheid, dat wij de doelstelling van de ondernemer niet gelegen zien in maximalisatie van de technische "return" of afzet, maar veronderstellen gelegen te zijn in maximering van de economische "revenu" of omzet.

Zeker, wanneer men ervan uitgaat, dat de "typische Schuldner" zijn geldvoorraad als monetaire vorm van "scarce means which have alternative uses" slechts voor deze factor-variatie kan gebruiken, en hem geen product-variatie open staat, dan en dan alleen zal geen onderscheid gemaakt behoeven te worden tussen "iso-return curves" of isoquanten enerzijds en "iso-revenu curves" of isofoeren anderzijds.

Laat ons echter deze oogkleppen verwijderen!

13. Neo-mercantilistische programmering.

Veronderstellen we daarom thans, dat in de long-run de ondernemer de mogelijkheid van "alternatieve productie" open staat, d.w.z. de productie van technisch verschillende producten dan wel de afzet van een product tegen verschillende opbrengstprijzen.

In dergelijke, meer realistische situaties zal het stelsel van "isoquanten" niet meer middels één "numéraire" (r) zijn om te rekenen tot een nest van "isofoeren", en behoeft maximering van afzet (X) niet samen te vallen met maximering van omzet (R).

Ter bepaling van de gedachten willen wij wederom uitgaan van de, in de vorige paragraaf geregistreerde "Leistungs-bedarfs-matrix" (figuur XI) en daarbij thans aannemen dat

- (i) terwijl middels productie-techniek I het product A is voort te brengen, waarvan de verkoopprijs $r_1 = f \text{ 1.000.-}$ beloopt,
- (ii) door middel van productie-techniek II het product B verkregen kan worden, waarvan de afzetprijs $r_2 = f \text{ 1.200.-}$ bedraagt.

Geldt voor de "productie-functie" (figuur XI):

$$(5) \quad X = X_1 + X_2 = \frac{a_{22} - a_{21}}{D} \cdot Y + \frac{a_{11} - a_{12}}{D} \cdot Z$$

$$\text{of: } X = \frac{1}{\bar{Y}} \cdot Y + \frac{1}{\bar{Z}} \cdot Z$$

- waarin deze coëfficiënten de "partiële grens-productiviteit" van resp. arbeid en grond voorstellen -

zo geldt voor de "commercie-functie" (figuur XII):

$$(6) \quad R = r_1 \cdot X_1 + r_2 \cdot X_2 =$$

$$\frac{r_1 \cdot a_{22} - r_2 \cdot a_{21}}{D} \cdot Y + \frac{r_2 \cdot a_{11} - r_1 \cdot a_{12}}{D} \cdot Z$$

$$\text{of: } R = \frac{1}{\frac{\ddot{\bar{Y}}}{\ddot{Y}}} \cdot Y + \frac{1}{\frac{\ddot{\bar{Z}}}{\ddot{Z}}} \cdot Z$$

waarin de coëfficiënten de "partiële grens-commercialiteit" van resp. arbeid en grond aanduiden.

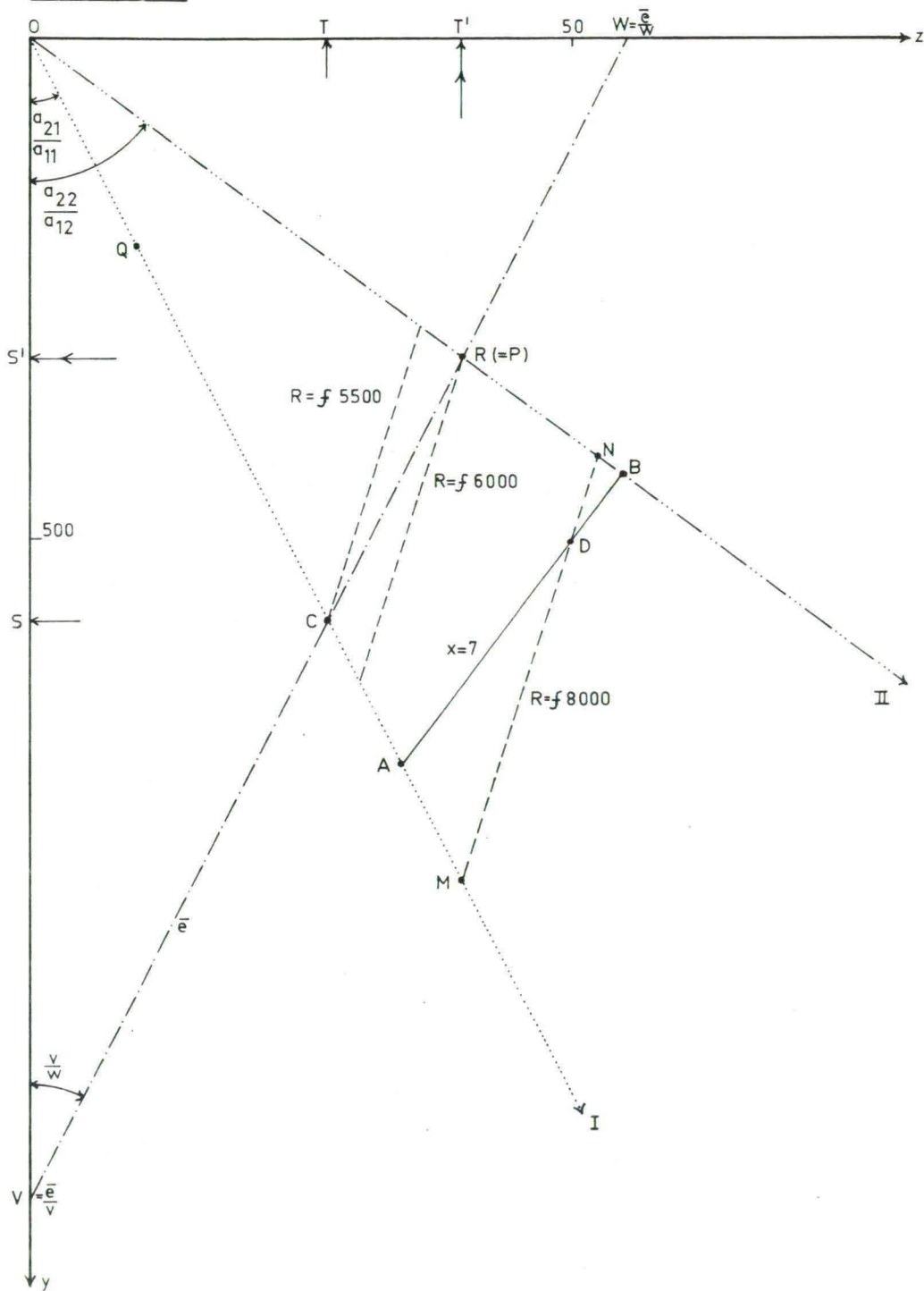
In verband met de grafische voorstelling in Figuur XII merken wij op, dat terwijl de hellingshoek van een isoquant als AB - dus de "marginal rate of technical factor-substitution" - gelijk is aan:

$$\text{M.T.F.S.}_{z/y} = \frac{dz}{dY} = - \frac{\frac{1}{\bar{Y}}}{\frac{1}{\bar{Z}}} \quad (\text{i.c.} - \frac{3/500}{40/500} = - \frac{3}{40}) ,$$

de hellingshoek van een isofoor als MN - dus de "marginal rate of economic factor-substitution" - gelijk is aan:

$$\text{M.E.F.S.}_{z/y} = \frac{dz}{dY} = - \frac{\frac{1}{\frac{\ddot{\bar{Y}}}{\ddot{Y}}}}{\frac{1}{\frac{\ddot{\bar{Z}}}{\ddot{Z}}}} \quad (\text{i.c.} - \frac{f \cdot 4.-}{f \cdot 120.-} = - \frac{1}{30}) ,$$

FIGUUR XII



zodat van een wenteling gesproken kan worden. 19)

Ter bepaling van het optimale activiteits-programma, met andere woorden ter vaststelling van de doelmatige productie-techniek ("aanwendings-richting" of "product") en productie-schaal, dient in deze figuur XII nu nog de grens-isotime VW -- afhankelijk van de inkooprijzen (v en w) en de beschikbare geldvoorraad (\bar{e}) -- te worden afgebeeld, d.w.z. de "transformatie-curve ":

$$1 = \frac{v}{e} \cdot Y + \frac{w}{e} \cdot Z.$$

Duidelijk is, dat ingeval haar hellingshoek

$$\text{M.E.F.T.} \quad z/y = \frac{dz}{dy} = - \frac{v}{w} \quad (\text{i.c. } \frac{f \cdot 4.-}{f \cdot 80.-} = - \frac{1}{20}) \text{ absoluut}$$

gezien groter is dan de hellingshoek van de isofoor, d.w.z.

$$\text{ingeval: } \frac{v}{w} > \frac{r_1 \cdot a_{22} - r_2 \cdot a_{21}}{r_2 \cdot a_{11} - r_1 \cdot a_{12}}$$

- 19) Wordt - zoals in noot 16 - uitgegaan van het bestaan van twee constante productie-factoren in de reële sfeer, - bijvoorbeeld van de beschikbaarheids-situatie D waarin $(\bar{y}, \bar{z}) = (500, 50)$ - dan bedraagt de maximaal bereikbare omzet of "revenu" dus:

$$R = 500 \times f \ 4 + 50 \times f \ 120 = f \ 8.000.- \text{ namelijk door}$$

$$X_1 = 2 \text{ stuks van product A met afzetprijs van } f \ 1000.- \text{ plus}$$

$$X_2 = 5 \text{ stuks van product B met verkoopprijs van } f \ 1200.-$$

Anders gesteld: terwijl het punt D de maximale isoquant deelt in de verhouding $\frac{BD}{AD} = \frac{2}{5}$ verdeelt het de maximale

$$\text{isofoor in de verhouding } \frac{ND}{MD} = \frac{2 \times f \ 1.000}{5 \times f \ 1.200} = \frac{2}{6}$$

- 20) Dat bij overschrijding van de grens-isoclinen I en II de "partiële grens-commercialiteit" van arbeid resp. grond gelijk nul worden - en de M.E.F.S. dus resp. nihil en oneindig zal worden - is evident.
Op deze isoclinen is dus de "marginal rate of economic factor-substitution" onbepaald.

$$\text{of: } r_2 \cdot a_{11} \cdot v - r_1 \cdot a_{12} \cdot v > r_1 \cdot a_{22} \cdot w - r_2 \cdot a_{21} \cdot w$$

$$\text{of: } r_2 \cdot a_{11} \cdot v + r_2 \cdot a_{21} \cdot w > r_1 \cdot a_{12} \cdot v + r_1 \cdot a_{22} \cdot w$$

$$\text{of: } r_2 \cdot Y_1 > r_1 \cdot Y_2$$

$$\text{of: } \frac{r_2}{Y_2} > \frac{r_1}{Y_1}$$

productie-techniek II (dus product B) de doelmatige wijze van voortbrenging zal zijn, met andere woorden

dat d  n - zoals in figuur XII - het punt R het rentabiliteits-optimum zal aangeven, dus niet - zoals in figuur XI - het punt C het optimale activiteits-programma zal voorstellen.

Het is door productie-techniek II, door de productie van het output-product B, dat de "typische Schuldner" zijn doelstellingsfunctie zal maximeren.

Het verschijnsel van "mono-product firm", de productie van een singulier product, is niet het beginpunt, veeleer eindpunt van de programmering, het gevolg - zo men wil - van de keuze tussen technisch verschillende eindproducten indien wordt uitgegaan van een singuliere vorm van "scarce means which have alternative uses".

Dat zulk een solitaire "constraint" ingeval van lineaire programmering steeds de functie van "bottle neck" of "knelpuntsfactor" (Engpasz) zal worden opgedrongen, moge - gezien het constant blijven van de inputquoten en marktprijzen bij verandering van activiteits-niveau - vanzelfsprekend zijn.

In ons voorbeeld zal bijgevolg de schaal van technische "return"

$$X = \frac{\bar{e}}{Y_2} \quad (\text{i.c. } \frac{f \ 4400.-}{f \ 880.-} \quad \text{i.p.v. } \frac{f \ 4400.-}{f \ 800.-})$$

dus 5 i.p.v. $5\frac{1}{2}$ stuks product)

en het niveau van economische "revenu" (omzet, Ertragswert)

$$R = \frac{\bar{e}}{Y_2} \cdot r_2 \quad (\text{i.c. } 5 \times f \ 1200.- \quad \text{i.p.v. } 5\frac{1}{2} \times f \ 1000.-)$$

belopen ²¹⁾.

De "return" is dus niet gemaximeerd, de geldelijke uitgaven (cost) per eenheid product zijn niet geminimeerd:

de "revenu" is gemaximeerd en het is deze grootheid, welke de waarde vormt die aan de geldvoorraad valt toe te kennen.

Blijkbaar is de waarde van de geldvoorraad niet dezelfde als haar nominale waarde; de aan de geldvoorraad toe te rekenen waarde bedraagt immers

$$\frac{\bar{e} \cdot r_2}{\gamma_2} = 6000$$

terwijl haar nominale waarde = 4400 is.

Een keuze van het raakpunt C i.p.v. R als activiteitsprogramma -- een besteding van de geldvoorraad over grond en arbeid in de verhouding $\frac{VC}{CW}$ i.p.v. $\frac{VR}{RW}$ -- zou betekenen, dat de ondernemer zich de verkrijging van een "revenu" van

$\frac{\bar{e} \cdot r_1}{\gamma_1}$ een bedrag van $\frac{\bar{e} \cdot r_2}{\gamma_2}$ zou laten "kosten".

"Kosten" zijn de opbrengsten, welke in het optimale activiteitsprogramma, dus bij economisch-rationeel of doelmatig handelen, zijn te verkrijgen; alleen in dát plan zijn kosten en opbrengsten aan elkaar gelijk; in elk ander plan zullen de kosten de opbrengsten overtreffen.

21) Degeneratie-gevallen, waarin M.E.F.T. en M.E.F.S. kwantitatief gelijk zijn, dus de laatstgenoemde ongelijkheid ontgaat in een gelijkheid, blijven hier buiten beschouwing.

HOOFDSTUK III.

Het evenwicht in de Short-Run.

14. Inleiding.

Het onderscheid, dat in de "theory of the firm" gemaakt wordt tussen de long-run en de short-run analyse van het producentengedrag, lijkt ons gebaseerd op een onderscheid tussen variabele en constante productiefactoren, waarbij "productiefactoren" steeds gezien worden als goederen in de reële sfeer.

Terwijl in de activiteits-analyse op lange termijn slechts sprake was van variabele productiefactoren,--d.z. productiemiddelen welke nog zijn aan te schaffen middels het ruilverkeer-- wordt bij de programmering van het ondernemers-gedrag op korte termijn daarnaast rekening gehouden met constante productiefactoren, zijnde die productiemiddelen, welke zich reeds in de beschikkingsmacht van de ondernemer bevinden.

Gezien de strekking van de doelstellings-functie heeft men gemeend, deze dichotomie van ex-ante en ex-post productiefactoren in de reële sfeer, ter bepaling van het optimale bedrijfsplan in de short-run, te moeten - en te kunnen - transformeren tot een tegenstelling tussen variabele en constante "productiekosten" in de monetaire sfeer.

De constructie van deze veronderstelde symmetrie, waarmee de economie--gezien de controverse tussen "absorption costing" (integrale kostencalculatie, Vollkosten-rechnung) en "direct costing" (variabele kostencalculatie, Teilkosten-rechnung)--nog steeds moeite heeft, zij hier op neo-physiocratische wijze (§ 12) en in grote lijnen gedemonstreerd.

Nemen wij als uitgangspunt wederom de "mono-product firm" met volgende "Leistungs-bedarfs-matrix" :

i \ j	Techniek I (OQ)		Techniek II (OP)	
Factor Y (arbeid)	$\alpha_1 = a_{11}$	= 100	$\alpha_2 = a_{12}$	= 60
Factor Z (grond)	$\beta_1 = a_{21}$	= 5	$\beta_2 = a_{22}$	= 8

waarbij wordt verondersteld, dat "arbeid" als enige "variabele" en "grond" als enige "constante" productiefactor zijn te beschouwen, en de voorraad van dit laatstgenoemde productiemiddel (\bar{z}) uit 40 eenheden bestaat.

In FIGUUR XIII worden, bij toename van het gebruik van de variabele productiefactor (y), de volgende drie stadia m.b.t. de verandering van het productie-volume (x) onderscheiden:

I. Stadium AC :

De constante productiefactor (z) is in overmaat aanwezig, en de variabele productiefactor (y) begrenst in deze fase de productie.

Derhalve kiest men in dit stadium die productie-techniek, welke de kleinste "arbeids-quote" heeft, (i.c. techniek II) zodat:

(1) output = $x = \frac{y}{\alpha_2}$, waarbij derhalve:

$$\text{"benodigde grond"} = z = \frac{y}{\alpha_2} \cdot \beta_2 < \bar{z} \quad \text{en}$$

(2) "benodigde arbeid" = $y = \alpha_2 \cdot x$.

In het overgangspunt C nu is de beschikbare grond kwantitatief gelijk aan de , in productie-techniek II benodigde grond, zodat

(3) output = $x = \frac{\bar{z}}{\beta_2}$ (i.c. 5 stuks) en bijgevolg:

(4) "benodigde arbeid" = $y = \frac{\bar{z}}{\beta_2} \cdot \alpha_2$ (i.c. 300 arbeids-eenheden).

II. Stadium CG:

Zoals eerder is betoogd (§ 12) geldt binnen de "economic region" - geflankeerd door de "grens-isoclinen" - :

(5) output = $x = \frac{1}{\hat{y}} \cdot y + \frac{1}{\hat{z}} \cdot z$, en derhalve:

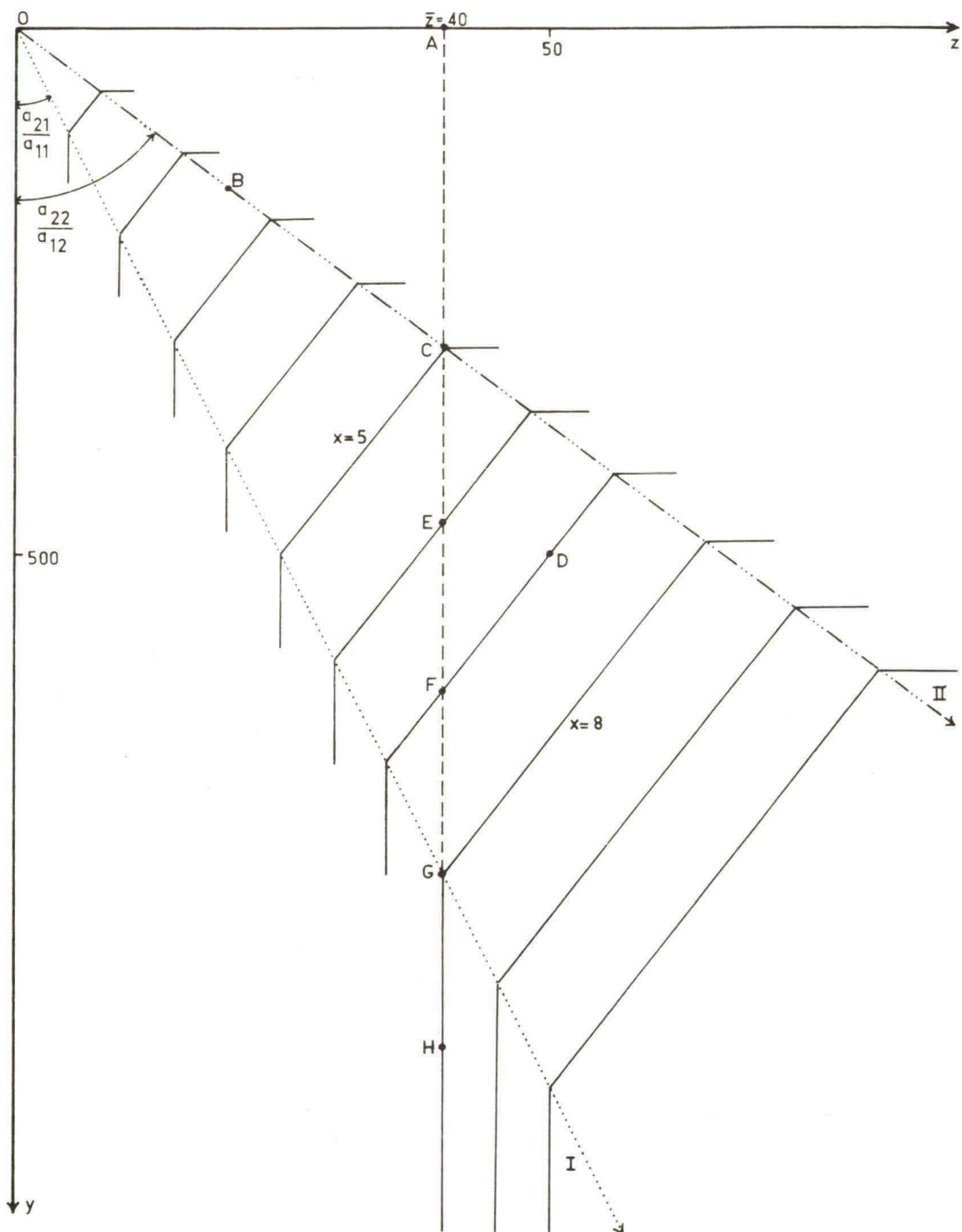
(6) "benodigde arbeid" = $y = \hat{y} \cdot x - \frac{\hat{y}}{\hat{z}} \cdot \bar{z}$.

In het overgangspunt G nu is de beschikbare grond kwantitatief gelijk aan de , in productie-techniek I benodigde grond, zodat

(7) output = $x = \frac{\bar{z}}{\beta_1}$ (i.c. 8 stuks), en bijgevolg :

(8) "benodigde arbeid" = $y = \frac{\bar{z}}{\beta_1} \cdot \alpha_1$ (i.c. 800 arbeids-eenheden)

FIGUUR XIII



III. Stadium GH :

De constante productiefactor (z) is in ondermaat aanwezig, en de output (x) kan door toename van het gebruik van de variabele productiefactor (y) dus niet verder vermeerderd worden.

Worden nu de prijzen van de variabele en van de constante productiefactor voorgesteld door resp. v en w (bijvoorbeeld door resp. f 4.- en f 80.- zoals in § 13), zo meent men terzake van de productiekosten de volgende conclusies te kunnen trekken :

I. Stadium AC :

(9) "Total Constant Cost" : $T.C.C. = \bar{z} \cdot w$

(10) "Total Variable Cost" - gezien formule (2) - :
$$T.V.C. = \left[\alpha_2 \cdot x \right] \cdot v \quad \text{en bijgevolg}$$

(11) "Total Integral Cost" - zijnde T.C.C. + T.V.C. - :
$$T.I.C. = \left[\alpha_2 \cdot x \right] \cdot v + \bar{z} \cdot w \quad !!$$

II. Stadium CG :

(12) $T.C.C. = \bar{z} \cdot w$ en -gezien formule (6) -

(13) $T.V.C. = \left[\hat{y} \cdot x - \frac{\hat{y}}{\bar{z}} \cdot \bar{z} \right] \cdot v \quad \text{zodat :}$

(14) $T.I.C. = \left[\hat{y} \cdot x - \frac{\hat{y}}{\bar{z}} \cdot \bar{z} \right] \cdot v + \bar{z} \cdot w \quad !! \quad 22)$

Het is tegen deze dichotomie van constante en variabele kosten, dat wij ernstige bezwaren hebben, bezwaren welke ten dele ook zullen bestaan bij diegenen, welke een identiteit zien tussen kosten en uitgaven.

(i) Wat de "constante kosten" betreft, wordt t.a.v. het stadium AC in eerste instantie (formule 1) opgemerkt, dat de grondvoorraad als constante productiefactor hier in overmaat

22) Voor de completering van deze "Total-analyse" met de corresponderende "Marginal- und Durchschnittsanalyse" zij wederom verwezen naar :
Prof. Dr. D.B.J. Schouten,
"Exacte Economie" (appendix I);
Stenfert Kroese N.V. , Leiden, 1957.

aanwezig is - punt S in figuur VII - doch wordt in tweede instantie (formules 9 en 11) aan deze factor het begrip "kosten" verbonden.

Wie "kosten" ziet als "waarden", en met ons van mening is, dat waarden slechts bestaan ingeval van schaarste,-- m.a.w. in geval de betreffende "constraint" tevens "bottle neck" is--, kan zich moeilijk voorstellen, dat aan de "constante productiefactoren" in zulk een stadium dus "constante kosten" verbonden zijn.

Wie "kosten" ziet als "uitgaven", zal zich minder bekommeren om dit kwantitatieve vraagstuk van de verhouding tussen "benodigde" en "beschikbare" capaciteit - d.i. het bezettingsvraagstuk - maar des te meer bezig houden met de vraag, tegen welke prijzen men in het algemeen - zowel in stadium AC alsook in fase CG - de "constante productiefactoren" moet omrekenen om de "constante productiekosten" te berekenen.

Dat hem hierbij verschillende wegen open staan - variërend van historische uitgaafprijzen enerzijds tot vervangingsprijzen anderzijds - is bekend;

bekend is echter ook, dat deze "constante kosten" - op welke prijsbasis dan ook gefundeerd - volgens de "Marginal-analyse (gelukkig) geen enkele rol spelen bij de bepaling van het optimale activiteits-programma van de ondernemer.

Bedoelde omrekening van deze reële "constraints" tegen een of andere objectieve ruilwaarde is ex-post van belang voor de bepaling van de omvang van hetgeen men als "winst" wenst aan te merken; ex-ante zijn voor de keuze van de doelmatige richting van gebruik slechts de beschikbare capaciteiten als zodanig van betekenis.

(ii) Wat de "variabele kosten" -en daarmee samenhangend dus ook de "marginale kosten" - betreft, hier lijkt een omrekening van de "benodigde" variabele productiefactoren tegen de heersende marktprijzen als aanschaffingsprijzen zó op haar plaats, dat dit standpunt n.o.m. tot dusverre nog niet is aangevochten.

De zienswijze, dat tenminste op het gebied van de variabele productiefactoren "uitgaven" als "kosten" mogen worden beschouwd - een gedachte, welke reeds bij Böhm Bawerk te vinden is in het onderscheid tussen "Kosten-produktiv Mittel" enerzijds en "Spezifische Produktionsmittel" anderzijds - gaat terecht uit van een maatschappij met een geldelijk ruilverkeer, maar houdt ten onrechte geen rekening met de beperktheid van de geldelijke beschikkingsmacht van de ondernemer.

Door nu de ondernemer als "typische Schuldner" te beschouwen, door naast de reële ook deze monetaire "constraint" te regarder, verliest deze zienswijze echter haar bestaansrecht.

15. De "primal".

Short-run en long-run analyse zijn in zoverre aan elkaar verwant, dat beiden de geldvoorraad als "constraint" kennen, doch verschillen van elkaar in die zin, dat alleen in de short-run analyse bovendien nog "constraints" van fysieke of reële aard een rol spelen bij de programmering van de ondernemers-activiteiten.

Terwijl de eerstgenoemde, monetaire constante productiefactor de ondernemer in staat stelt, zogenaamde variabele productiefactoren aan te schaffen, is het complex van de monetaire en reële "constraints" bepalend voor de vraag, of deze geldvoorraad een "volbezetting" zal kennen, en zo ja, welke waarde dan aan elke eenheid van deze geldvoorraad is toe te rekenen.

Dat deze waarde van de geld-eenheid in dat geval geenszins met haar nominale waarde behoeft overeen te stemmen, werd reeds in het vorige hoofdstuk geconstateerd.

Het lijkt ons daarom onjuist, wanneer men in navolging van Böhm Bawerk

- (1) de geld-eenheden voor de aanschaffing van de variabele productiefactoren waardeert tegen de nominale waarde, en daardoor
- (2) de prijzen van deze "Kosten-produktiv Mittel" als de

- produktiekosten beschouwt, en
- (3) het overschot tussen de "Ertragswert" (total revenu) en deze "Kosten" (total variable cost) als de "Deckungsbeitrag" van de "Spezifische Produktions-mittel", d.i. als de nuttigheidswaarde aan de fysiek-geaarde constante productiefactoren toerekent, en
 - (4) daarbij meent te moeten aannemen, dat het doel van de ondernemer gelegen is in het maximaliseren van deze "contribution" (total variable profit).

Het is de beperktheid van de geldvoorraad (\bar{e}), welke de bestaansmogelijkheid van een afwijking tussen de prijs per eenheid "arbeid" en de waarde der corresponderende geld-eenheden creëert, waardoor het begrip "variabele kosten" dubieus van inhoud wordt.

Teneinde nu de diverse aspecten van de activiteits-analyse in de short-run - dus bij aanwezigheid van meerdere constante productiefactoren - te belichten om daardoor tot een gewijzigd kostenbegrip te geraken, kiezen wij als voorbeeld:

i. \ j	Techniek I (product A)	Techniek II (product B)	Voorraden (b_i)
Factor Y	$a_{11} = 100$	$a_{12} = 60$	$b_y = 6000$
Factor Z	$a_{21} = 5$	$a_{22} = 8$	$b_z = 600$
verkoopprijs	$r_1 = f 1.000$	$r_2 = f 1.200$	$r_j \backslash b_i$

In eerste instantie zullen wij, uitgaande van deze "Leistungs-bedarfs-matrix" - welke de "Leistung" van de diverse input-factoren ten behoeve van een eenheid van de diverse output-producten aangeeft (a_{ij}) - vragen :

- (a) Doelstelling: Maximeer de "revenu" of "omzet"

$$R_j = r_1 \cdot x_1 + r_2 \cdot x_2$$

binnen het kader van de

- (b) Constraints : (I) $a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 \leq b_y$

$$(II) a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 \leq b_z$$

- (c) waarbij : $x_j \geq 0$.

In concreto dus : Bepaal de structuur van de "product-mix" zó, dat :

- (a) de omzet $R_j = f \ 1.000 \ x_1 + f \ 1.200 \ x_2$

wordt gemaximeerd,

- (b) de "benodigde" capaciteiten niet groter zijn dan de "beschikbare", dus :

$$(I) \ 100 \ x_1 + 60 \ x_2 \leq 6000$$

$$(II) \ 5 \ x_1 + 8 \ x_2 \leq 600$$

- (c) de output van welk product dan ook geen negatief volume kent.

Ter voorkoming van het gevaar, dat het begrip "kosten" in de zin van "opportunity cost" ("alternative cost") verward zou worden met "cost" in de zin van geld-uitgaven, lijkt het ons gewenst, de genoemde productiemiddelen te interpreteren als arbeid en grond.

Wie daarentegen één van beide "constante" productiefactoren - bij voorbeeld \bar{y} - als "geldvoorraad" wil zien, dient de betreffende input-quoten - a_{11} en a_{12} - te beschouwen als "geld-uitgaaf quoten" (γ_1 en γ_2).

Zoals gezegd dient dan echter niet zulk een inputquote-- op grond van haar monetaire karakter-- als "cost" van het corresponderende outputproduct overgeheveld te worden naar de restrictieve doelstellingsfunctie, en aldaar gehanteerd te worden als aftrekpost van de betreffende verkoopprijs.

Zulk een handelwijze misvormt het gestelde probleem tot:

- (a) Doelstelling : Maximeer de "contribution" (Deckungsbeitrag, bruto winst, variable profit)

$$D_j = (r_1 - a_{11}) \cdot x_1 + (r_2 - a_{12}) \cdot x_2$$

binnen het raam van de twee

- (b) Constraints: $a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 \leq b_y$

$$a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 \leq b_z$$

- (c) waarbij : $x_j \geq 0$

Handhaving van de (eerste of) monetaire constraint is ook in deze opzet noodzakelijk, maar betekent zulks nu niet, dat hij die contribution-maximering als doelstelling ziet, reeds optie genomen heeft t.a.v. de waarde-toerekening aan deze monetaire constraint vooraleer is uitgemaakt of zij "bottle neck" is ? ²³⁾

Niet de "Deckungsbeitrag" als meerwaarde ten gunste van de "Spezifische Produktionsmittel" van reële aard dient men te maximeren, maar de "Ertragswert" (omzet) van het integrale complex van constraints, van welke aard deze ook mogen zijn.

23) Zie voor een indicatie van de betekenis van de geldvoorraad als beperkende factor het opstel:
 "Het Liquiditeits-vraagstuk" door
 Prof. Dr. C.F. Scheffer, in de bundel:
 "Kernproblemen der Bedrijfseconomie"
 Elsevier, Amsterdam, 1966 (pag. 212).

De bepaling van de optimale "product mix" in het, door ons gekozen voorbeeld, kan nu langs grafische weg geschieden door middel van FIGUUR XIV, welke de mogelijke outputproducten tot assenstelsel heeft.

In dit zogenaamde "Transformation diagram" zijn de beschikbare capaciteiten (b_i) of "constraints" voorgesteld door "transformatie-curven", t.w.

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \bar{y} &= \text{MN zodat : } 100 x_1 + 60 x_2 = 6.000 \\ &\text{of : } \frac{100}{6000} x_1 + \frac{60}{6000} x_2 = 1 \\ &\text{(dus doorgangspunten M = 60 en N = 100), en} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(II)} \quad \bar{z} &= \text{KL zodat : } 5 x_1 + 8 x_2 = 600 \\ &\text{of : } \frac{5}{600} x_1 + \frac{8}{600} x_2 = 1 \\ &\text{(dus doorgangspunten K = 120 en L = 75)} \end{aligned}$$

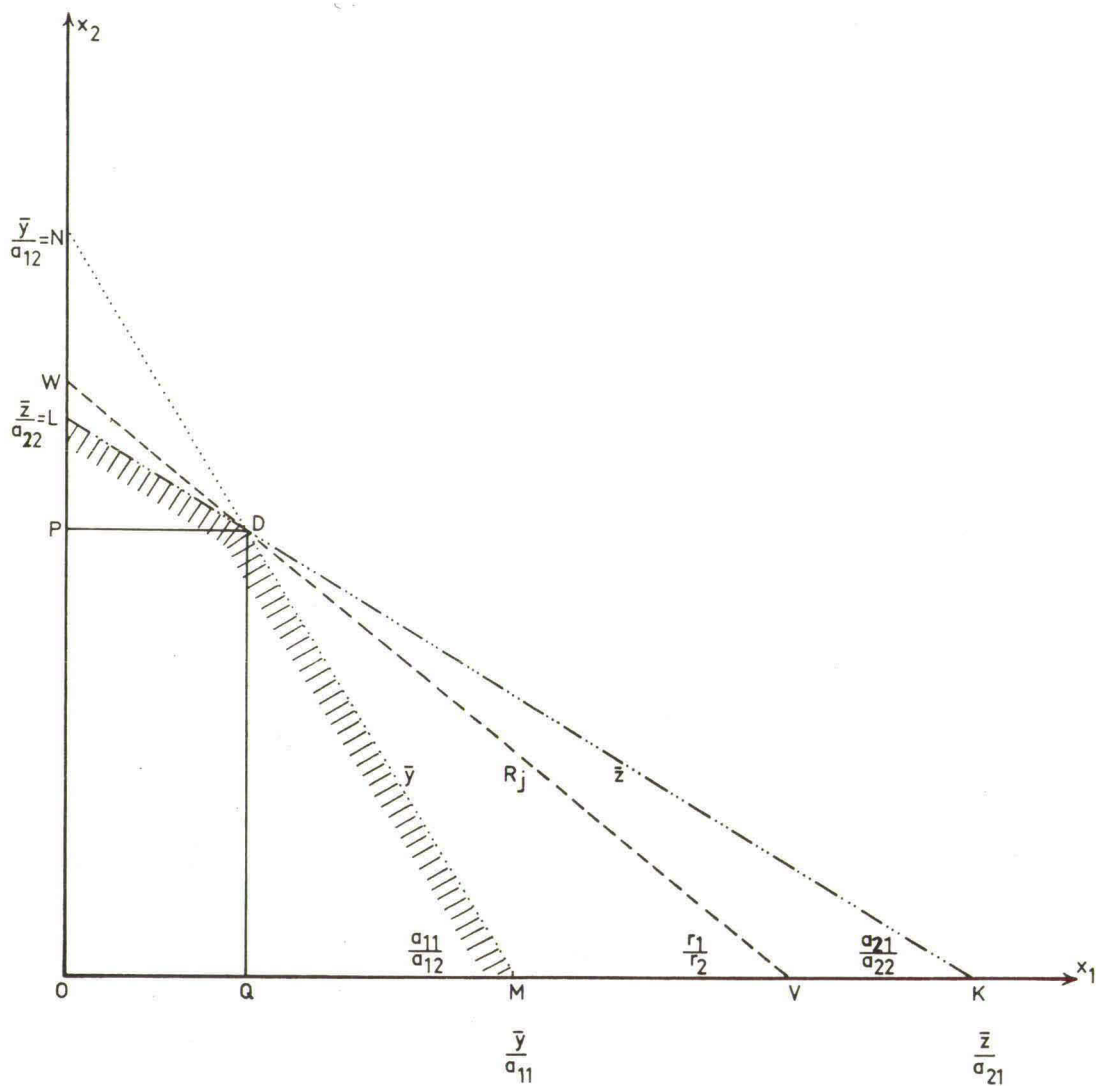
Duidelijk is -- gezien het "kleiner dan of gelijk aan" -- dat deze curven de "feasible region" OMDL nu aan haar maximum zijde begrenzen, en dat alleen in het snijpunt (D) van deze curven een volledige bezetting of benutting van elke "constraint" wordt bereikt.

Mag in deze technische orde dit punt van integrale "full employment" -- "technisch optimum" (D) -- van belang zijn, in de economische orde gaat het om de maximering van de omzet, welk "economisch optimum" wij hierboven het "rentabiliteits-optimum" (R) hebben genoemd. (Pag. 76)

De vraag, welk punt van het "Gebiet der zulässige Lösungen" (OMDL) laatstgenoemde titel verdient, is langs grafische weg te beantwoorden met behulp van "isoforen" of "iso-revenu curves".

Wordt de maximaal-bereikbare omzet weergegeven door die iso-foor welke -- verkregen door de basis-isofoor, op grond van de "Law of Constant Revenu to Scale", perspectivisch te vergroten -- de "feasible region" aan haar maximum zijde raakt, dit raakpunt zelf zal als rentabiliteits-optimum de uitdrukking zijn van de optimale product-mix.

FIGUUR XIV



Technisch optimum (D) en economisch optimum (R) kunnen samenvallen, maar noodzakelijk is zulks niet, daar alleen het rentabiliteitsoptimum mede bepaald wordt door de, in de doelstellingsfunctie gegeven verkoopprijzen der output-producten.

Het technisch optimum (D) als punt van integrale "full employment" is slechts afhankelijk van de "benodigde" en "beschikbare" capaciteiten, en rekenkundig als volgt -- middels de Regel van Cramer -- te bepalen (§12) :

$$(3) \quad x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{a_{22} \cdot \bar{y} - a_{12} \cdot \bar{z}}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}} \quad (\text{i.c. } \frac{12.000}{500} \text{ stuks A}),$$

$$(4) \quad x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{a_{11} \cdot \bar{z} - a_{21} \cdot \bar{y}}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}} \quad (\text{i.c. } \frac{30.000}{500} \text{ stuks B})$$

Het economisch optimum (R) als punt, waarin de "Ertragswert" van het integrale voorraad-complex maximaal is, zal hiermee samenvallen, indien:

$$\frac{a_{11}}{a_{12}} > \frac{r_1}{r_2} > \frac{a_{21}}{a_{22}}$$

zoals afgebeeld is in figuur XIV. 24) 25)

Opmerkelijk is, dat niet elke verandering van outputprice-ratio (r_1/r_2) een herziening van het optimale activiteits-programma vereist, -- een wijziging van de doelmatige factor-mix in de input-space enerzijds en van de economisch-ratio-nele product-mix in de output-space anderzijds --, maar haar een bepaalde

- 24) de maximaal-bereikbare "revenu" in ons voorbeeld is dus
 $R_j = x_1 \cdot r_1 + x_2 \cdot r_2 = 24 \times f \ 1000 + 60 \times f \ 1200 = f \ 96.000,-$
 zodat de maximum-isofoor als curve VW voldoet aan:
 $1000 x_1 + 1200 x_2 = 96000$ of: $\frac{1000}{96000} x_1 + \frac{1200}{96000} x_2 = 1$
 (dus doorgangspunten V = 96 en W = 80).

- 25) Indien de verhouding $\frac{r_1}{r_2}$ gelijk is aan een van de quotiënten $\frac{a_{11}}{a_{12}}$ of $\frac{a_{21}}{a_{22}}$ is geen eenduidig economisch optimum aanwijsbaar. Een willekeurig punt van het lijnstuk DM resp. LD geeft een gelijkwaardige optimale product-mix.

speelruimte is toegewezen.

Overschrijding van de maximum-drempel, zodat

$$\frac{r_1}{r_2} > \frac{a_{11}}{a_{12}} > \frac{a_{21}}{a_{22}},$$

doet het rentabiliteits-optimum (R) vanuit D verspringen naar M; overschrijding van de minimum-drempel, zodat

$$\frac{a_{11}}{a_{12}} > \frac{a_{21}}{a_{22}} > \frac{r_1}{r_2},$$

doet het economisch optimum (R) vanuit D verhuizen naar L.

Terwijl de product-mix dus in beide gevallen uit slechts één product zal bestaan (i.c. 60 stuks A, resp. 75 stuks B), bevat de factor-mix in deze situaties slechts één knelpuntsfactor of "bottle neck" (i.c. factor \bar{y} ; resp. factor \bar{z}).

Dat de gemaximeerde "revenu" van zulk een "mono-product firm" nu niet over de diverse "Spezifische Produktions-mittel" mag worden gedistribueerd, maar als "Ertragswert" ten volle aan deze singuliere "Engpass" moet worden toegerekend, werd reeds aan het slot van het vorige hoofdstuk betoogd.

Was de "mono-product firm" als resultaat van de activiteits-analyse op lange termijn echter zekerheid, bij de programmering op korte termijn is zij slechts mogelijkheid, waarvan de werkelijkheid afhankelijk is gebleken van de outputprice-ratio (r_1 / r_2) en haar, door de inputquota gedetermineerde speelruimte.

16. De "dual".

Meer nog dan op de long-run is op de short-run programmering van toepassing, hetgeen Ludwig von Beethoven zou opgemerkt hebben met betrekking tot zijn vijfde symfonie:

"So pocht das Schicksal an die Pforte".

Zoals wij toch reeds zagen, is de ondernemer hier gebonden aan enerzijds de, door externe concurrentie gedetermineerde verkoop-

prijzen (r_j) van potentiële outputproducten, en anderzijds de, door interne omstandigheden gedetermineerde capaciteiten (b_i) van actuele inputfactoren.

In plaats van de eerstgenoemde prijsgrootheden op te nemen in de doelstellingsfunctie (a) en de laatstgenoemde voorraadgrootheden te beschouwen als "constraints" (b), laat zich het optimale activiteitsprogramma ook vaststellen door het hierboven (§ 15) gegeven schema te vervormen tot :

(d) Doelstelling : Minimeer $R_i = b_y \cdot u_y + b_z \cdot u_z$

binnen het kader van de

(e) Restraints : (III) $a_{11} \cdot u_y + a_{21} \cdot u_z \geq r_1$

(IV) $a_{12} \cdot u_y + a_{22} \cdot u_z \geq r_2$

(f) waarbij : $u_i \geq 0$.

In concreto--gezien de "Leistungs-bedarfs-matrix" bij de "primal" --

(d) Minimeer : $R_i = 6000 \cdot u_y + 600 \cdot u_z$

binnen het raam van de

(e) Restraints : (III) $100 \cdot u_y + 5 \cdot u_z \geq f \ 1.000.-$

(IV) $60 \cdot u_y + 8 \cdot u_z \geq f \ 1.200.-$

(f) waarbij : $u_i \geq 0$.

op basis waarvan - analoog aan figuur XIV - nu FIGUUR XV als "transformation-diagram" is geconstrueerd.

Beschouwen wij de verkoopprijs van een product --vermeld als rechterlid van een "restraint"-- als de "beschikbare waarde", d.i. als de waarde, beschikbaar voor toerekening ("Zurechnung", "Attribution") aan de, voor dit outputproduct" benodigde capaciteiten" van de diverse inputfactoren.

Gesteld wordt nu, dat de "accounting value" van deze benodigde capaciteiten - vermeld als linkerlid van de "restraint" - zeker niet kleiner kan zijn dan deze verkoopprijs, aangezien anders een "accounting profit" zou resteren, welke aan geen enkele inputfactor is toe te rekenen.

Wat wij willen bepalen zijn de "accounting prices" of interne verrekenprijzen (u_1) van de diverse inputfactoren, "prijzen" welke binnen de onderneming ontstaan door de interne concurrentie tussen de alternatieve aanwendingsrichtingen van de "beschikbare capaciteiten", d.w.z. tussen de alternatieve outputproducten (A en B).

Het is, alsof de verschillende verkoopleiders (A en B) -- elkeen opererend ten behoeve van zijn specifieke afzetproduct als één der alternatieve gebruiksmogelijkheden van een bepaalde inputfactor (Y of Z) -- elkaar als "vragers" beconcurreren op een markt, waarvan het aanbod bestaat uit de "beschikbare capaciteit" van dit productiemiddel (\bar{y} of \bar{z}).

Dat op een dergelijke factormarkt een positieve "accounting price" voor de inputfactor zal ontstaan, zodra de betreffende vorm van "scarce means which have alternative uses" een knelpuntsfactor is, is duidelijk;

dat door zulke "veilingen bij opbod" de "accounting value" van een outputproduct groter wordt dan haar opbrengstprijz - waardoor op deze aanwendingsrichting een "accounting loss" geleden wordt - lijkt mogelijk.

Aan de ontwikkeling van een "accounting loss" wordt een einde gemaakt door de opwaartse druk achter de "accounting prices" - zijnde het gevolg van de interne concurrentie - af te remmen, hetgeen hier nu geschiedt door m.b.t. de doelstellingsfunctie een minimering te verlangen.

Ter illustratie wordt hier het gegeven getallenvoorbeeld thans langs grafische weg uitgewerkt in FIGUUR XV, welke de mogelijke "accounting prices" van de gegeven inputfactoren tot assenstelsel heeft.

In dit zogenaamde duale "transformation diagram" zijn de beschikbare waarden (r_j) of "restraints" voorgesteld door "transformatiecurven", t.w.

$$(III) \quad \bar{r}_1 = GH \text{ zodat: } 100 u_y + 5 u_z = f 1000, --$$

$$\text{of: } \frac{100}{1000} u_y + \frac{5}{1000} u_z = 1$$

(dus doorgangspunten $G = f 10.-$ en $H = f 200.-$), en
 (IV) $\bar{r}_2 = EF$ zodat : $60 u_y + 8 u_z = f 1200.-$

$$\text{of : } \frac{60}{1200} u_y + \frac{8}{1200} u_z = 1$$

(dus doorgangspunten $E = f 20.-$ en $F = f 150.-$).

Duidelijk is--gezien het "groter dan of gelijk aan"-- dat deze curven de "feasible region" nu aan haar minimum-zijde (EDH) begrenzen, en dat alleen in het snijpunt van deze curven (D) een volledige toerekening of uitputting van elke verkoopprijs wordt bereikt.

Uitsluitend op grond van deze "restraints" kan men rekenkundig dus -middels de Regel van Cramer - de coördinatie van dit snijpunt bepalen, t.w.

$$(7) \quad u_y = \frac{D_1}{D} = \frac{a_{22} \cdot \bar{r}_1 - a_{21} \cdot \bar{r}_2}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}} \quad (\text{i.c. } \frac{f 2.000}{500} = f 4.-)$$

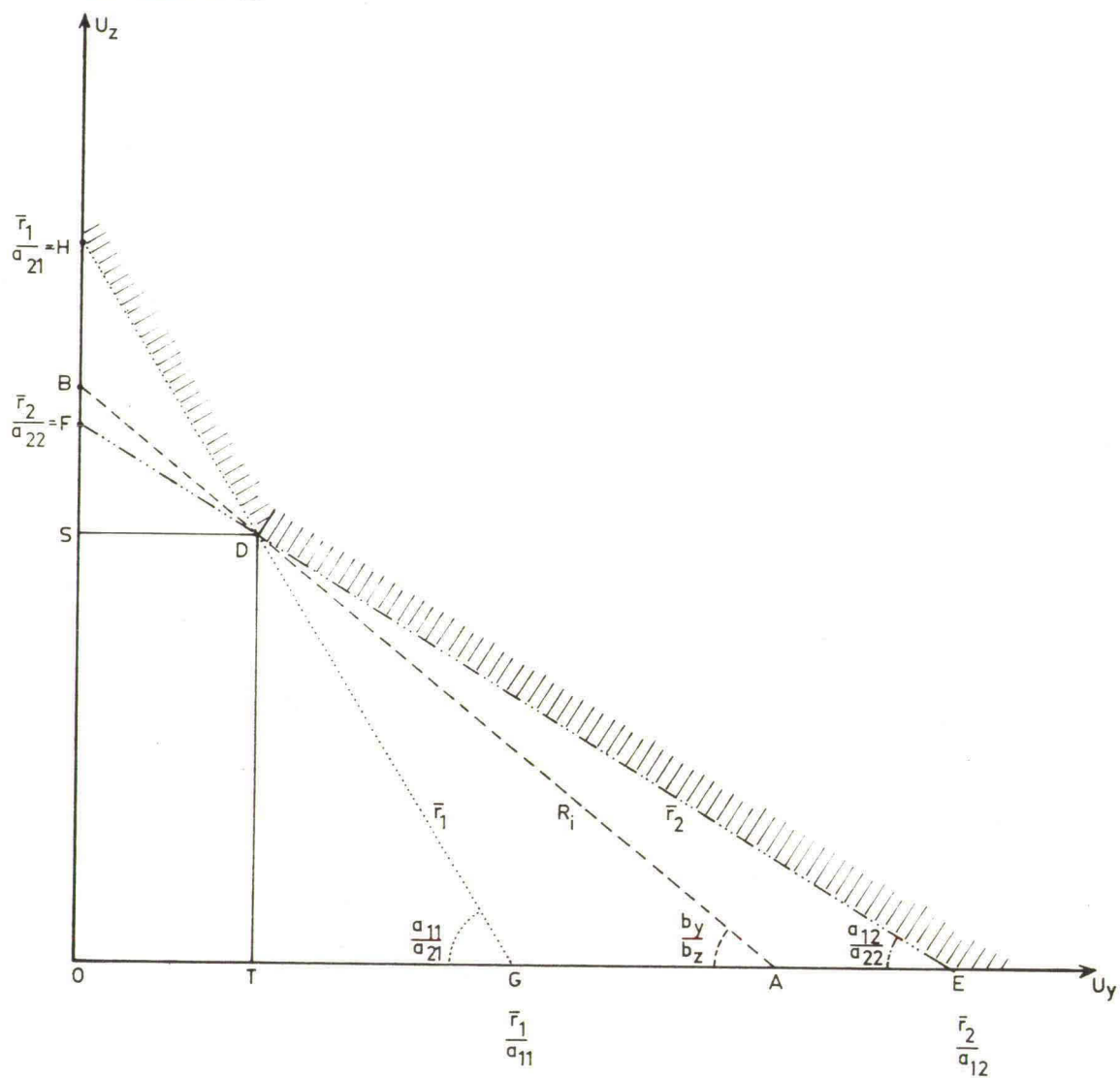
$$(8) \quad u_z = \frac{D_2}{D} = \frac{a_{11} \cdot \bar{r}_2 - a_{12} \cdot \bar{r}_1}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}} \quad (\text{i.c. } \frac{f 60.000}{500} = f 120.-).$$

Dit snijpunt van de duale transformatie-curven--afhankelijk enerzijds van de "benodigde capaciteiten" (inputquoten) en anderzijds van de "beschikbare waarden" (verkoopprijzen) van de diverse outputproducten --zouden wij willen aanduiden als het duale technische optimum. (D).

De vraag, welk punt van het "Gebiet der zulässige Lösungen" nu als het duale economisch optimum (R) moet worden beschouwd, is slechts te beantwoorden door mede rekening te houden met de doelstellingsfunctie, waarin alle "beschikbare capaciteiten" van de inputfactoren zijn opgenomen.

Formuleren wij de duale doelstelling van de ondernemer nu als "minimering van de kosten" (R_1), zo is de gestelde vraag langs grafische weg te beantwoorden met behulp van zogenaamde "iso-cost curves", waarvan de hellingshoek dus bepaald is door de

FIGUUR XV



verhouding der "beschikbare capaciteiten".²⁶⁾

Wordt het minimaal-bereikbare kosten-niveau dus bepaald door die "iso-cost curve", welke de "feasible region" aan haar minimumzijde raakt, dit raakpunt zelf zal als het duale economisch optimum (R) de uitdrukking zijn van het integrale complex of patroon van de "utilities" of "subjectieve gebruikswaarden" van alle "beschikbare capaciteiten".

Technisch optimum (D) en economisch optimum (R) van de "dual" kunnen samenvallen, maar noodzakelijk is zulks niet, daar alleen het "Minimal-kostenpunt" (R) mede bepaald wordt door de, in de doelstellingsfunctie gegeven capaciteiten van de inputfactoren.

Samenvallen zullen beide optima alleen dān, wanneer:

$$\frac{a_{11}}{a_{21}} > \frac{b_y}{b_z} > \frac{a_{12}}{a_{22}}$$

zoals afgebeeld is in figuur XV. ²⁷⁾

26) In dit verband zij er aan herinnerd, dat in de "primal" de doelstelling van de ondernemer werd geformuleerd als "maximering van de opbrengsten" (R_i), en de grafische uitbeeldingen van deze functie in figuur XIV betiteld zijn als "iso-revenu curves" of "isoforen". Dat wij de "iso-cost curves" hier niet "isotimen" noemen, zij gemotiveerd door het feit, dat laatstgenoemde term een directe samenhang tussen "kosten" en het gebruik van de voorraad "geld" suggereert, terwijl n.o.m. "kosten" verbonden zijn aan het gebruik van onverschillig welke voorraad van productieve prestaties!

27) Het minimaal-bereikbare kosten-niveau in ons voorbeeld bedraagt dus:

$$R_i = b_y \cdot u_y + b_z \cdot u_z = 6000 \times f 4 + 600 \times f 120 = f 96.000$$

-- een grootheid, welke wij als "revenu" (noot 24) reeds leerde kennen--

zodat de minimum "iso-cost curve" (AB) voldoet aan:

$$6.000 u_y + 600 u_z = 96000 \text{ of:}$$

$$\frac{6.000}{96000} u_y + \frac{600}{96000} u_z = 1$$

(dus doorgangspunten A = f 16.- en B = f 160.-).

Geconstateerd kan worden, dat niet elke verandering van capaciteitsratio (b_y / b_z) een herziening van het optimale activiteitsprogramma vereist, zulks i.t.t. het motto, dat Alfred Marshall zijn "Principles of Economics" meegaf, t.w. "Natura non facit saltum".

Overschrijding van de maximum-drempel, zodat

$$\frac{b_y}{b_z} > \frac{a_{11}}{a_{21}} > \frac{a_{12}}{a_{22}}$$

doet het "Minimal-kostenpunt" (R) vanuit D verspringen naar H; overschrijding van de minimum-drempel, zodat

$$\frac{a_{11}}{a_{21}} > \frac{a_{12}}{a_{22}} > \frac{b_y}{b_z}$$

doet het economisch optimum (R) vanuit D verhuizen naar E.

Wat de beide inputfactoren ("Spezifische Produktionsmittel") en hun "accounting prices" (u_i) betreft, stellen wij vast, dat

- (1) in het eerste geval de factor Y (met $u_y = f 0.-$) in overmaat aanwezig is, en de factor Z (met $u_z = f 200.-$) de knelpuntsfactor of "bottle neck" vormt, doch dat
- (2) in het tweede geval (met $u_y = f 20.-$ en $u_z = f 0.-$) deze rollen juist omgekeerd liggen.

Wat de beide outputproducten en hun "accounting values" aangaat, merken wij op, dat

- (1) in het eerste geval alleen product A zal worden voortgebracht
 - waarvan de "kostprijs" ($a_{11} \cdot u_y + a_{21} \cdot u_z = a_{21} \cdot u_z$) dus overeenstemt met haar "opbrengstprijs" (r_1) -- doch dat
- (2) in het tweede geval uitsluitend product B
 - met een kostprijs ($a_{12} \cdot u_y + a_{22} \cdot u_z = a_{12} \cdot u_y$) gelijk aan haar verkoopprijs (r_2) -- zal worden geproduceerd. ²⁸⁾

28) Het andere, mogelijke outputproduct valt af doordat haar kostprijs haar verkoopprijs zal overtreffen.

Herhaald zij, hetgeen reeds bij de long-run analyse werd be-
toogd -aan het slot van hoofdstuk II -:

Kosten in de zin van "Entgangenen Nutzen" zijn niets anders
dan de opbrengsten, welke in het optimale activiteits-programma,
d.i. bij doelmatig of economisch-rationeel handelen verkrijg-
baar zijn.

Kosten en opbrengsten vormen in dit plan een identiteit --de R_j
in de "primal" is identiek met de R_i in de "dual"--; in elk
ander plan zullen de kosten de opbrengsten overtreffen, dus
"accounting losses" ontstaan.

17. De "primal" (vervolg).

Werd in het voorgaande bij de bepaling van het optimale activi-
teitsprogramma uitgegaan van bepaalde "constraints" of "res-
traints", in het onderstaande zal het accent meer liggen op
de vraag, hoe dit bedrijfsplan zich zal wijzigen bij verandering
van bedoelde restricties.

Geometrisch worden de bekende "transformation-diagrams" van
"primal" en "dual" daarom vervangen door zogenaamde "process-
ray diagrams" - welke deze restrictieve grootheden tot assen-
stelsel hebben -, terwijl algebraïsch de gegeven "Leistungs-
bedarfs-matrix" door inversie wordt omgezet in volgende "Pro-
duktivitäts-matrix":

$i \backslash j$	Techniek I (product A)	Techniek II (product B)	Voorraden (b_i)
Factor Y	$A_{11} = + 0,016$	$A_{12} = - 0,010$	$b_y = 6.000$
Factor Z	$A_{21} = - 0,120$	$A_{22} = + 0,200$	$b_z = 600$
Verkoopprijs	$r_1 = f 1.000.-$	$r_2 = f 1.200.-$	$r_j \backslash b_i$

$$29) \quad A_{11} = + \frac{a_{22}}{D} ; \quad A_{12} = - \frac{a_{21}}{D} ;$$

$$A_{21} = - \frac{a_{12}}{D} ; \quad A_{22} = + \frac{a_{11}}{D} ;$$

$$\text{waarin : } D = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21} .$$

Wat deze "Produktivitäts-matrix" betreft, zij toont ons de productiviteit van de diverse inputfactoren in de diverse aanwendings-richtingen (alternatieve productie-technieken), welke productiviteit a.h.w. de reciproke is van de input-quoten, vermeld in de "Leistungs-bedarfs-matrix".

Wat het "process-ray diagram" van de "primal" aangaat, in Figuur XVI - te vergelijken met figuur XIII - vormen deze inputfactoren nu het assenstelsel, en worden de bedoelde productie-technieken elk voorgesteld door een "process-ray" (veldstraal, isocline, "Verfahrens-linie").

Terwijl in ons voorbeeld deze isoclinen - zoals betoogd - de grenzen vormen van de "economic region", bepalen de beschikbare capaciteiten van de "Spezifische Produktions-mittel" als "constraints" nu, welk deel van dit gebied als "feasible region" - in "economische" zin - kan worden aangemerkt.

Zij in dit "process-ray diagram" (XVI) deze ruimte - evenals in het corresponderende "transformation diagram" (XIV) - aangeduid door OMDL, zo is aan het hoekpunt D - als snijpunt van de "Constraints" - vooralsnog geen economische betekenis toe te kennen.

Is het "economische" van de "economic region" wel betrokken op de doelstelling van de ondernemer, t.w. maximering van de "revenu" (omzet), of misschien meer verbonden aan en afgestemd op de maximering van de "return" (afzet) ?

Ingeval de beide productie-technieken als isoclinen hetzelfde technische outputproduct met een uniforme verkoopprijs (r) betreffen, dan en alleen dan zal het bij de bepaling van het optimale activiteitsprogramma geen verschil maken, of men het een dan wel het ander als de doelstelling van de ondernemer ziet.

De uniforme verkoopprijs (r) is alsdan een vast omrekeningsgetal ("numéraire"), waardoor de verzamelingen van "iso-return curves" en "iso-revenu curves" dus isomorf zijn, zodat grafisch een perspectivische vergroting van de "isoquant" een

corresponderende vergroting van de "isofoor" inhoudt.

Het is in dit bijzondere geval dus indifferent, of men zich bij de programmering nu wenst te bedienen van de "productie-functie" dan wel van de "commercie-functie", functies welke met betrekking tot de "economic region" hierboven (§ 13) geschreven werden als:

$$(5) \quad X = X_1 + X_2 = \frac{a_{22} - a_{21}}{D} \cdot Y + \frac{a_{11} - a_{12}}{D} \cdot Z$$

$$\text{of: } X = \frac{1}{\hat{Y}} \cdot Y + \frac{1}{\hat{Z}} \cdot Z \text{ resp.}$$

$$(6) \quad R = r_1 \cdot X_1 + r_2 \cdot X_2 = \frac{r_1 \cdot a_{22} - r_2 \cdot a_{21}}{D} \cdot Y + \frac{r_2 \cdot a_{11} - r_1 \cdot a_{12}}{D} \cdot Z$$

$$\text{of: } R = \frac{1}{\ddot{Y}} \cdot Y + \frac{1}{\ddot{Z}} \cdot Z$$

en - gezien de "Produktivitäts-matrix" - te schrijven zijn als:

$$(5.i) \quad X = [A_{11} + A_{12}] \cdot Y + [A_{22} + A_{21}] \cdot Z \quad \text{resp.}$$

$$(6.i) \quad R = [r_1 \cdot A_{11} + r_2 \cdot A_{12}] \cdot Y + [r_2 \cdot A_{22} + r_1 \cdot A_{21}] \cdot Z$$

Kenmerkend voor de "economic region" is de negativiteit van de hellingshoek van de isoquanten of "iso-return curves", t.w.

$$\text{M.T.F.S. } z/y = \frac{dz}{dY} = - \frac{1/\hat{Y}}{1/\hat{Z}} = - \frac{A_{11} + A_{12}}{A_{22} + A_{21}} \quad (\text{noot 14}),$$

d.w.z. de verhouding tussen de partiële grensproductiviteiten van de inputfactoren.

Dat in het bijzondere geval van een uniforme verkoopprijs (r) dan ook de hellingshoek van de isofoeren of "iso-revenu curves" negatief zal zijn, t.w.

$$\text{M.E.F.S. } z/y = \frac{dz}{dY} = - \frac{1/\ddot{Y}}{1/\ddot{Z}} = - \frac{r_1 \cdot A_{11} + r_2 \cdot A_{12}}{r_2 \cdot A_{22} + r_1 \cdot A_{21}}$$

- d.w.z. de verhouding tussen de partiële grenscommercialiteiten van de inputfactoren - is duidelijk;

de M.E.F.S. zal zelfs noodzakelijkerwijs met de M.T.F.S. overeen komen.

Maar wellicht even duidelijk is, dat zodra de verkoopprijzen onderling verschillen, de bedoelde correspondentie terzake van de negativiteit niet langer behoeft te bestaan; m.a.w. in de "economic region" zelfs een positieve hellingshoek van de isofoor zeer wel mogelijk is.

"Economic region" betekent "technisch-rationeel stadium"; "economic" is het in zoverre, dat hetgeen irrationeel (inefficiënt) is in de technische onderbouw nooit doelmatig kan zijn in de economische bovenbouw, zodat een "economisch optimum" nooit gelegen kan zijn in een der "technisch-irrationele stadia", welke de "economic region" flankeren.

De vraag of hetgeen technisch-rationeel of efficiënt is, tevens economisch-rationeel of doelmatig zal zijn, - i.c. of het punt van integrale "full employment" (D) ook het "rentabiliteits-optimum" (R) zal zijn -hangt af--zoals gezegd-- van het al of niet negatief zijn van de hellingshoek van de isofoor (M.E.F.S.) Aan het activiteits-programma van dit hoekpunt van de "feasible region" --rekenkundig te bepalen als volgt:

$$(3.i) \quad x_1 = OQ = A_{11} \cdot \bar{y} + A_{21} \cdot \bar{z}$$

(i.c. + 0,016 x 6000 - 0,120 x 600 = 24 stuks A) en

$$(4.i) \quad x_2 = OP = A_{22} \cdot \bar{z} + A_{12} \cdot \bar{y}$$

(i.c. + 0,200 x 600 - 0,010 x 6000 = 60 stuks B)--

komt dus op zichzelf geen enkele economische betekenis toe. Het rentabiliteits-optimum (R) als punt, waarin de "Ertragswert" van het integrale voorraad-complex maximaal is, zal hiermee alleen dan samenvallen, indien

$$M.E.F.S. = - \frac{r_1 \cdot A_{11} + r_2 \cdot A_{12}}{r_2 \cdot A_{22} + r_1 \cdot A_{21}} < 0 ,$$

een voorwaarde, welke wij reeds eerder (in § 15) schreven als:

$$\frac{a_{11}}{a_{12}} > \frac{r_1}{r_2} > \frac{a_{21}}{a_{22}} .$$

Zonder in te gaan op deze mathematische omvorming van de gestelde voorwaarde, stellen wij vast, dat de M.E.F.S. slechts d n negatief zal zijn, indien teller  n noemer - d.w.z. de partiële grenscommercialiteiten van de inputfactoren - beiden positief zijn. 30)

Aangezien "partiële grens-commercialiteiten" niets anders zijn dan "accounting prices" - gezien de commercie-functie (6.i) en de duale doelstellingsfunctie (§ 16) - betekent de gestelde voorwaarde dus, dat de optima zullen samenvallen indien elk der "Spezifische Produktions-mittel" (\bar{y} en \bar{z}) een "positieve" interne verrekenprijs kent (u_y en u_z). 31)

Besluiten wij deze uiteenzetting van de "primal"--evenals § 15-- met aandacht te schenken aan de twee grens-gevallen, welke ontstaan kunnen door verandering van de verkoopprijs-ratio (r_1/r_2) en welke afgebeeld zijn in de figuren XVII en XVIII.

- (i) Wijzigt zich de genoemde verkoopprijs-ratio in die mate, dat daardoor de noemer van M.E.F.S. nihil wordt-- eventueel zelfs negatief waardoor de hellingshoek van de isofoor dus positief wordt--, zo verschuift het economisch optimum (R) naar punt M.

Te concluderen is,

- (1) dat aan de zijde van de input alleen de "constraint" \bar{y} nu de "bottle neck" zal zijn, met u_y (als teller van M.E.F.S.) dus positief, en

30) Beiden negatief is een onmogelijkheid, omdat de verkoopprijs-ratio (r_1 / r_2) immers niet tegelijk groter

dan $\frac{a_{11}}{a_{12}}$ en kleiner dan $\frac{a_{21}}{a_{22}}$ kan zijn.

31) In ons voorbeeld geldt:

$$R_j = x_1 \cdot r_1 + x_2 \cdot r_2 = 24 \times f 1000 + 60 \times f 1200 = f 96.000.- \text{ en}$$

$$u_y = r_1 \cdot A_{11} + r_2 \cdot A_{12} = f 16 - f 12 = f 4.- \text{ alsmede}$$

$$u_z = r_2 \cdot A_{22} + r_1 \cdot A_{21} = f 240 - f 120 = f 120.-$$

- (2) dat aan de zijde van de output alleen het product A zal worden voortgebracht (productie-techniek I) op een schaal, gelijk aan $\frac{\bar{y}}{a_{11}}$ (i.c. 60 stuks). 32)
- (ii) Mocht de verkoopprijs-ratio zich zodanig wijzigen, dat daardoor de teller van M.E.F.S. nihil wordt --eventueel zelfs negatief waardoor de hellingshoek van de isofoor bijgevolg positief wordt--, zo verhuist het rentabiliteits-optimum (R) naar punt L.

In dat geval zal

- (3) van de "constante productie-factoren" alleen het "Spezifisches Produktions-mittel" \bar{z} nu de "knelpuntsfactor" zijn, met u_z (als noemer van M.E.F.S.) dus positief, en
- (4) de onderneming als "mono-product firm" alleen product B voortbrengen met een volume gelijk aan $\frac{\bar{z}}{a_{22}}$ (i.c. 75 stuks). 33)

Wie nu het geheel van de "process-ray diagrams" van deze paragraaf vergelijkt met hetgeen in de inleiding van dit hoofdstuk (§ 14) naar voren is gebracht, begrijpt licht, dat wij gereserveerd staan tegenover hetgeen normaliter als "marginale analyse van het rationele producenten-gedrag" gereserveerd wordt.

In bedoelde paragraaf zagen wij, hoe een wijziging in het volume van de "variabele productie-factor" leiden kon tot een verandering van de "variabele productie-kosten" - dus ook van de "marginal cost" - ten gevolge van een substitutie van productie-technieken.

32) Deze situatie betekent dat:

$$\frac{r_1}{r_2} \geq \frac{a_{11}}{a_{12}} > \frac{a_{21}}{a_{22}} .$$

33) In deze situatie geldt:

$$\frac{a_{11}}{a_{12}} > \frac{a_{21}}{a_{22}} \geq \frac{r_1}{r_2}$$

Opmerkelijk is, dat daarbij wel aandacht werd geschonken aan de aanschaffingsprijzen van dit productie-middel en dus aan de benodigde geldmiddelen, maar niet aan de beschikbare geldmiddelen of geldvoorraad, waardoor één van de "constraints" van het programmerings-vraagstuk werd verwaarloosd.

Dit wordt niet, en kan ook niet worden goedgeemaakt, door in de doelstellingsfunctie in plaats van "revenu" nu "contribution" op de voorgrond te stellen.

Het gaat de ondernemer o.i. om de economisch-rationele aanwending van het integrale complex der "constante productie-factoren", van welke aard deze ook mogen zijn, en niet om het doelmatige gebruik van alleen dát gedeelte, hetwelk uit de "Spezifische Produktionsmittel" van fysieke aard bestaat.

Naast deze bedenkingen betreffende de kostenzijde van de "marginale analyse" menen wij ook bezwaar te moeten maken tegen de wijze, waarop de opbrengstzijde in bedoelde paragraaf (§ 14) is behandeld, om niet te zeggen verwaarloosd.

Uitgegaan is aldaar van een "mono-product firm" met meerdere efficiënte productie-technieken, welke - op basis van het "additivity postulate" - gecombineerd kunnen worden ter voortbrenging van een zelfde output-product.

Geen aandacht is geschonken aan de mogelijkheid van uiteenlopende verkoopprijzen bij de afzet van dit product, een mogelijkheid welke wij in het onderstaande nog eens willen accentueren.

18. De "dual" (vervolg)

"Primal" en "dual" zijn als het ware elkanders spiegelbeeld, en het verwekt dan ook wellicht geen verwondering, dat wanneer t.a.v. de "primal" een zogenaamd "process-ray diagram" ontworpen kan worden, zulks ook mogelijk zal zijn m.b.t. de "dual".

Wel verbaast het ons, dat in de economische literatuur--voor

zover ons bekend --van deze mogelijkheid nog geen gebruik is gemaakt, hetgeen wellicht hierdoor is te verklaren, dat in de economie in het algemeen een voorkeur voor een technische benadering van problemen valt te bespeuren.

Terwijl in het "process-ray diagram" van de "primal" (§ 17) zowel het assenstelsel als de isoclinen dus technische volumina van resp. input en output uitdrukken, stellen deze in het geval van de "dual" daarentegen waarde-grootheden van resp. output en input voor, t.w. enerzijds verkoopprijzen van de producten (r_j) en anderzijds interne verrekenprijzen van de factoren (u_i), zoals aangegeven is in Figuur XIX.

Wat de interne verrekenprijzen betreft, het moge duidelijk zijn, dat alleen in het gebied begrensd door de afgebeelde isoclinen, de "accounting prices" van de factoren nooit negatief kunnen zijn, reden waarom deze ruimte is aan te duiden als "economic region".

Wat de verkoopprijzen aangaat, in de "dual" worden zij beschouwd als de onderste grenzen van de "accounting values" van de producten, zodat deze "restraints" dus de "feasible region" aan haar minimumzijde (EDH) begrenzen.

Gezien de omstandigheid, dat in ons voorbeeld het snypunt van de "restraints" (D) gelegen is binnen de "economic region" zou zich de mening kunnen vormen, dat dit hoekpunt van de "feasible region" nu ook het optimale activiteits-programma voorstelt.

Het moge echter duidelijk zijn, dat zolang geen rekening is gehouden met de duale doelstelling van de ondernemer - t.w. minimering van de kosten - deze mening niet gefundeerd is.

In het bedoelde snypunt (D) geldt m.b.t. elk der producten een gelijkheid tussen verkoopprijs en "accounting value" -- zodat het activiteits-programma rekenkundig te bepalen is als volgt :

$$(7.i) \quad u_y = OT = A_{11} \cdot \bar{r}_1 + A_{12} \cdot \bar{r}_2$$

$$(i.c. + 0,016 \times f \ 1000 - 0,010 \times f \ 1200 = f \ 4.-) \text{ en}$$

$$(8.i) \quad u_z = OS = A_{22} \cdot \bar{r}_2 + A_{21} \cdot \bar{r}_1$$

$$(i.c. + 0,200 \times f \ 1200 - 0,120 \times f \ 1000 = f \ 120.-) --$$

maar het is vooralsnog een open vraag, of het economisch-ratio-neel d.i. doelmatig genoemd mag worden om als "multi-product firm" te opereren.

Ter beantwoording van deze vraag dient immers mede aandacht te worden geschonken aan de - hierboven in § 17 behandelde - "commercie-functie" (6.i), welke wij thans omwerken tot :

$$(9.i) \quad R = \left[A_{11} \cdot \bar{y} + A_{21} \cdot \bar{z} \right] \cdot r_1 + \left[A_{22} \cdot \bar{z} + A_{12} \cdot \bar{y} \right] \cdot r_2$$

waarbij mag worden opgemerkt, dat :

$$(3.i) \quad A_{11} \cdot \bar{y} + A_{21} \cdot \bar{z} = x_1 \quad \text{en}$$

$$(4.i) \quad A_{22} \cdot \bar{z} + A_{12} \cdot \bar{y} = x_2 \quad .$$

Het bedoelde snijpunt (D) zal bijgevolg alleen dān samenvallen met het duale "economisch optimum" of "Minimal-kostenpunt"(R), indien in het duale "process-ray diagram" de hellingshoek van de "iso-cost curve" negatief is, d.w.z.

$$\text{indien} \quad \frac{dr_2}{dr_1} = - \frac{A_{11} \cdot \bar{y} + A_{21} \cdot \bar{z}}{A_{22} \cdot \bar{z} + A_{12} \cdot \bar{y}} < 0 \quad ,$$

een voorwaarde, welke wij reeds eerder (in § 16) schreven als:

$$\frac{a_{11}}{a_{21}} > \frac{b_y}{b_z} > \frac{a_{12}}{a_{22}} \quad . \quad 34)$$

34) In ons voorbeeld geldt:

$$R_i = u_y \cdot b_y + u_z \cdot b_z = f \ 4 \times 6000 + f \ 120 \times 600 = f \ 96.000.-$$

$$x_1 = A_{11} \cdot \bar{y} + A_{21} \cdot \bar{z} = 0,016 \times 6000 - 0,120 \times 600 = 24 \text{ stuks A,}$$

$$x_2 = A_{22} \cdot \bar{z} + A_{12} \cdot \bar{y} = 0,200 \times 600 - 0,010 \times 6000 = 60 \text{ stuks B.}$$

Bezien wij tot besluit thans nog de beide grens-gevallen, welke ontstaan kunnen ingeval de capaciteits-ratio (b_y / b_z) gewijzigd wordt, en welke afgebeeld zijn in de figuren XX en XXI.

Was in de zo juist geschilderde situatie (figuur XIX) de verhouding tussen de voorraden van de "Spezifische Produktionsmittel" van dien aard, dat de hellingshoek van de "iso-cost curve" (dr_2 / dr_1) een negatieve was, door verandering van deze of gene voorraad-grootheid kan de bedoelde hellingshoek haar negativiteit verliezen.

- (i) Wordt door wijziging van de capaciteits-ratio (b_y / b_z) nu $A_{22} \cdot \bar{z} + A_{12} \cdot \bar{y}$ (de noemer) nihil of negatief, zo zal het "Minimal-kostenpunt" verschuiven naar het punt H in figuur XX.

Geconcludeerd kan worden,

- (1) dat aan de zijde van de output alleen het product A zal worden voortgebracht ($x_2 = 0$), dus alleen de prijs r_1 relevant is,
- (2) terwijl aan de zijde van de input alleen de factor z de functie van knelpuntsfactor toekomt ($u_y = 0$), met een "accounting price" $u_z = \frac{r_1}{a_{21}}$ (i.c. f 200.-). 35)

- (ii) Wordt daarentegen door verandering van de capaciteits-ratio $A_{11} \cdot \bar{y} + A_{21} \cdot \bar{z}$ (de teller) nihil of negatief, dan ligt het duale economisch optimum in het punt E van figuur XXI.

In dat geval zal

- (3) aan de kant van de output alleen product B gerealiseerd worden ($x_1 = 0$) en h  ar afzetprijs r_2 dus relevant zijn, en
- (4) aan de kant van de input het "Spezifisches Produktionsmittel" Y dus "bottle neck" zijn ($u_z = 0$) met een interne verrekenprijs $u_y = \frac{r_2}{a_{12}}$ (i.c. f 20,-). 36)

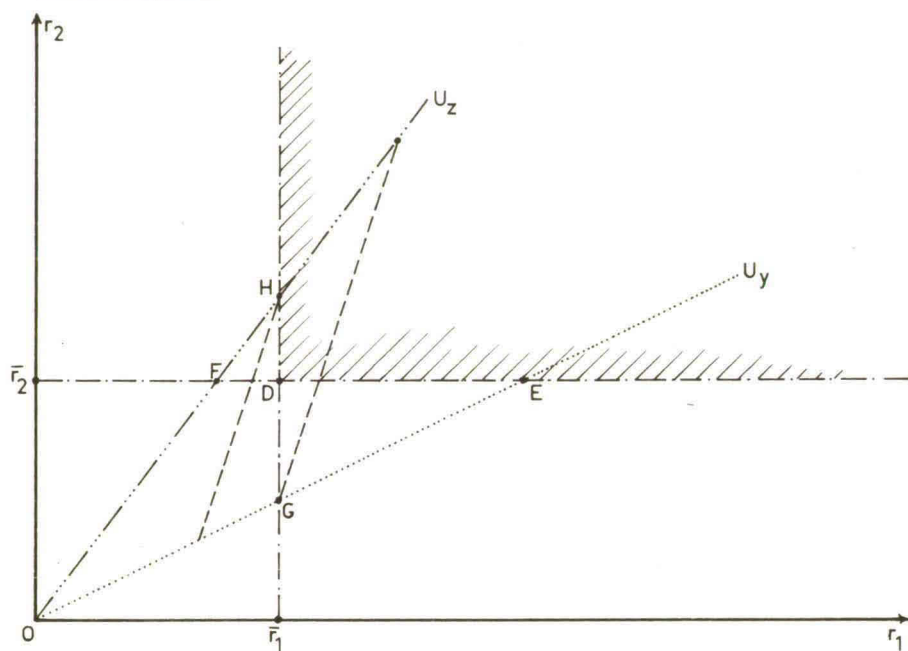
35) In dit geval geldt dus

$$\frac{b_y}{b_z} \geq \frac{a_{11}}{a_{21}} > \frac{a_{12}}{a_{22}}.$$

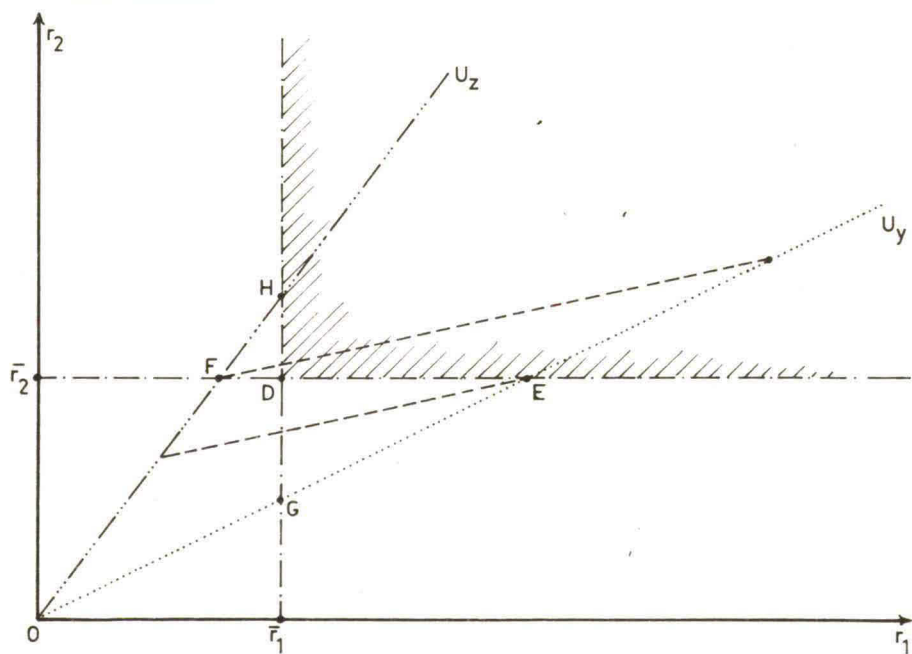
36) In deze situatie geldt:

$$\frac{a_{11}}{a_{21}} > \frac{a_{12}}{a_{22}} \geq \frac{b_y}{b_z}.$$

FIGUUR XX



FIGUUR XXI



NAWOORD.

Deze studie, getiteld "knelpunt en kostprijs", is de neerslag van bespiegelingen op het terrein van de technische voortbrenging enerzijds en op het gebied van de economische waardering anderzijds.

In het vlak van de productie is in eerste instantie aandacht geschonken aan het onderscheid tussen de "Marginal-analyse" van de Physiocraten (Turgot) en de "Durchschnitts-analyse" van de Klassieken (Ricardo).

Uitgaande van de "mono-product firm" - waarvan de output uit "corn" bestaat - en van de "law of Constant Return to Scale" is langs grafische weg aangetoond, dat dit onderscheid van weinig belang is; het maximeren van de gemiddelde productiviteit van de "variabele productiefactor" komt neer op het reduceren van de marginale productiviteit van de "constante productiefactor" tot nul.

Anders gezegd, ingeval van een horizontale "planning curve" (Schumpeter) stemt het bedrijfsminimum van arbeid (punt P in figuur I en VII) overeen met het bedrijfsmaximum van grond, zoals ook omgekeerd de "extensive margin of labor" (punt Q in genoemde figuren) overeen komt met de "intensive margin of land".

Duidt men de verzameling van laatstgenoemde punten (OQ-isocline) aan als bodem-intensieve productie-techniek, en noemt men de verzameling van eerstgenoemde punten (OP-isocline) de arbeids-intensieve productie-techniek, zo is enkel het gebied tussen deze grens-isoclinen als technische-rationeel stadium te zien, en als "economic region" te betitelen.

Gelet op een bepaald volume van homogene output ("corn") kan gezegd worden, dat alleen in dit gebied de isoquant (iso-return curve) een convex verloop - al dan niet lineair zijnde - kent, en dus haar hellingshoek of M.T.F.S. een negatieve grootheid zal zijn.

Gelet op een bepaalde beschikbaarheid van heteroge input ("feasible region") kan gesteld worden, dat alleen wanneer de beschikbaarheidsvector gelegen is binnen dit gebied, de volledige aanwending van elke bezitting zal kunnen leiden tot maximering van de output.

De vraag, middels welke productie-techniek of combinatie van productie-technieken uit de "economic region" nu de output te maximeren is, is te beantwoorden door lineaire ontbinding van deze beschikbaarheids-vector in de gegeven basis-vectoren.

Ook al is het doel van het rationele producenten-gedrag nu niet gelegen in de maximering van output -- en zal in de shortrun het punt Q van figuur VII en in de long-run het punt D van figuur XI in het algemeen niet het doelpunt zijn -- zulks betekent geenszins, dat wij dit beeld van alle belang ontbloom achten.

Integendeel, uitgaande van de "multi-product firm" achten wij het geschetste beeld zeer wel bruikbaar mits enige modificatie wordt aangebracht in die zin, dat de isoclinen niet meer als uitdrukking van verschillende "productie-technieken" wordt gezien, maar als voorstelling van de onderscheiden "outputproducten" wordt verstaan.

Vanzelfsprekend verdwijnen hiermede de zogenaamde "isoquanten" (iso-return curves) en worden deze vervangen hetzij door "isoforen" (iso-revenue curves) hetzij door "isomeren" (isorent curves, of iso-contribution curves), al naargelang men het ondernemersdoel gelegen ziet in maximering van de omzet of "revenue" dan wel van de "contribution" ("variable profit") als positief verschil tussen omzet en variabele kosten.

In dit werkstuk is gekozen voor "isoforen", m.a.w. het doel van de producent verondersteld gelegen te zijn in omzet-maximering, en wel om verschillende redenen. De belangrijkste reden, hiervoor is, dat over "contribution" of "rent" slechts dan alleen te spreken valt, indien men in staat is -- zowel in short run alsook in long run - de complementaire productie-factoren in te delen in "variabele" of

"Kosten-produktiv Mittel" enerzijds en "constante" of "Spezifische Produktions-mittel" anderzijds.

En aan deze eis - zo wil het ons voorkomen - is niet te voldoen als men bedenkt dat de aantrekking van zogenaamde "variabele productiefactoren" - zijnde die input-factoren welke nog zijn aan te schaffen door middel van ruil op de markt - gepaard gaat met onttrekking van geldmiddelen welke slechts in beperkte mate ter beschikking staan van Schumpeter's "typische Schuldner".

Anders gezegd, vanuit het oogpunt van "decision making" zijn de zogenaamde "variabele productiefactoren" geen originele maar veeleer afgeleide productiemiddelen; de aandacht dient te zijn geconcentreerd op de keuze-problematiek inzake de aanwending van de geldmiddelen in samenhang met eventueel andere, meer technisch gearde beschikbare productiemiddelen.

Dat in dit verband de huidige prijzen van deze "variabele productiefactoren" - i.t.t. de historische prijzen van de "constante productiefactoren" - van belang zijn, wij zullen het geenszins ontkennen, maar "prijzen" zijn wel iets anders dan "waarden" of "kosten".

In het vlak van de waardering hebben wij dan ook weinig vertrouwen in de subjectieve waarde-theorie van Böhm Bawerk - waarbij immers een onderscheid gemaakt wordt tussen "Gemeins" en "Spezifische Zurechnung" - en staan wij dicht bij het standpunt van Friedrich von Wieser, zoals behandeld in de inleiding van ons geschrift.

Het vergelijkingstelsel van deze Oostenrijkse auteur heeft betrekking op een "multi-product firm", waarvan het aantal output-producten overeenstemt met het aantal "constraints" of typen van constante productiefactoren.

Ons bezwaar tegen dit stelsel is vooral hierin gelegen, dat het louter gelijkheden in stede van ongelijkheden kent, zodat het eerder een oplossing dan een programmerings-model is.

Het programmeringsmodel kent - zo luidt ons credo (& 11) - twee wel te onderscheiden benaderingswijzen ("primal" en "dual"), met in elke benaderingswijze een onderscheid tussen doel en middelen, waarbij in het algemeen de "constraints" zijn te zien als ongelijkheden.

De "primal" betreft het objectief-technische aspect van het producentengedrag; het model kent als "constraints" de constante productiefactoren - van welke aard dan ook - en als doel de maximering van "revenu" (commercialiteit i.p.v. productiviteit) welke dan de "Ertragswert" van het complex van bezittingen aangeeft.

De "dual" betreft het subjectief-economische aspect of de waardering van elke bezitting op zichzelf; het model kent als "restraints" de constante productprijzen en als doel de minimering van "cost" als opoffering van waarden.

Beide benaderingen leiden tot hetzelfde optimale activiteitsprogramma, een oplossing welke inhoudt dat sommige inputfactoren tot "knelpunt" en sommige productprijzen tot "kostprijs" worden.

Het een en ander is in dit geschrift aan de hand van een voorbeeld zowel rekenkundig (op basis van een "Leistungsbedarfsmatrix" en een "Produktivitäts-matrix") alsook meetkundig (d.m.v. "transformation diagrams" en "process-ray diagrams") verduidelijkt.

SUMMARY.

This study, entitled "Bottle neck and cost per unit" is the result of reflection in the field of technical production on the one hand and economic valuation on the other.

In the field of production attention has primarily been paid to the distinction between the "Marginal Analyse" of the Physiocrats (Turgot) and the "Durchschnitts Analyse" of the Classical economists (Ricardo).

Departing from the mono-product firm -- of which the output consists of "corn" -- and from the law of constant return to scale has been shown here graphically, that this distinction is of little importance; maximization of the average productivity of the constant production-factor amounts to the same thing as the reduction of the marginal productivity of the variable production-factor to zero.

In other words, in case of a horizontal "planning curve" the intensive margin of labor (P in graphs I and VII) corresponds to the extensive margin of land just as in the reverse case the extensive margin of labor (Q in the graphs mentioned) corresponds to the intensive margin of land.

If the collection of the points last-mentioned is indicated as land-intensive production-technique (OQ - isocline) and the collection of the points first-mentioned as labor-intensive production-technique (OP - isocline) then only the region between these marginal isoclines is to be considered as the technical-rational stadium and to be called the "economic region".

Considering a definite volume of homogeneous output ("corn") we can say that only in this region the isoquant (iso return curve) is convex shaped -- linear or not -- and consequently its gradient will be negative.

Considering a certain availability of heterogeneous input (feasible region) we can say that only when the availability vector is within this economic region, the full employment of each element of this input may lead to maximization of the output.

The question by means of which production-technique or combination of production-techniques out of the economic region the output can be maximized is to be solved by linear decomposition of this availability - vector in the basic vectors, the previously mentioned marginal isoclines.

Even though the target of rational producers-behaviour does not lie in maximizing of the output -- and in the short run point Q of graph VII and in the long run point D of graph XI will in general not be the target -- this does certainly not mean that we consider this conception of no importance.

On the contrary, speaking in terms of the multi-product firm, we consider this outlined conception useful provided some modifications are made in the sense that the isoclines are no longer seen as expression of the various "production-techniques" but as representation of the various "output-products".

Evidently the so-called isoquants (iso return curves) disappear and are replaced by either isophors (iso revenue curves) or isomers (iso contribution curves) according to the fact whether the producer aims at maximizing the "revenue" or the "contribution" as positive difference between revenue and variable costs.

For various reasons in this study isophors have been chosen, i.e. the producer's aim is considered to be maximization of revenue.

The main reason is that one can only talk about "contribution" if one is able to divide the complementary production-factors -- in the short run as well as in the long run -- into "variable" or "Kosten-produktiv Mittel" on the one hand, and "constant" or "Spezifische Produktions-mittel" on the other hand.

And we think that this requirement cannot be met with if one considers that the attraction of so-called variable production means-- those inputfactors which are still to be purchased by exchange on the market -- is coupled with the repulsion of monetary means, which are available to Schumpeter's "typical debtor" in restricted amount only.

In other words, from the point of view of decision making, the so-called variable production-factors are not original but rather derived production -means; attention should be concentrated on the problem of selection as to the application of monetary means in connection with other, technical means if available.

That in this connection the present prices of the variable production-factors -- contrary to the historic prices of the constant production-factors -- are of importance, we are not going to deny, but "prices" are something else than "values" or "costs".

In the field of valuation we have therefore little faith in Böhm Bawerk's subjective theory of value -- for he distinguishes between "Gemeine" (general) and "Spezifische Zu-rechnung" (specific imputation) -- and are more in agreement with Friedrich von Wieser's view, as exposed in our introduction.

The system of linear equations of this Austrian author refers to a multi-product firm, of which the number of output-products equals the number of "constraints" or types of "constant" production-factors.

Our main objection against this system lies in the fact that it consists of mere equations instead of inequalities, so that it is not so much a L.P. model, as already a solution itself.

The L.P. model has -- in our opinion (& 11) -- two distinguishable approaches (primal and dual) with a distinction in either approach between aim and means, in which in general the constraints are inequalities.

In the primal, the constraints are the constant production-means -- of whatever nature -- and the primal's aim is the maximization of "revenu" (commerciality instead of productivity) which is the "Ertragswert" of the whole of the availabilities.

In the dual, we calculate the value of each availability in itself; the restraints are the constant product-prices and the dual's aim is the minimization of "costs", which is the sacrifice of "values".

Both approaches lead to the same optimal activity program, a solution which involves that some production-means become "bottle neck" and some product-prices become "cost per unit". In this study these approaches are illustrated arithmetically as well as geometrically by means of an example.

SELECTIE UIT
GERAADPLEEGDE LITERATUUR

- ALLEN, R.G.D.
Mathematical Economics (1956), Macmillan, London.
- ANDRIESSEN, J.E.
De ontwikkeling van de moderne prijstheorie (1965),
Leiden.
- ARCHIBALD, G.C. - LIPSEY, R.G.
Mathematical Treatment of Economics (1967), London.
- BAUMOL, W.J. - QUANDT, R.E.
Dual Prices and Competition (1963),
in: Models of Markets (Oxenfeldt, ed.) Columbia Univ.N.Y.
- BAUMOL, W.J.
Economic Theory and Operations Analysis (1965),
Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- BELLINGER, B.
Geschichte der Betriebswirtschaftslehre (1967),
Poeschel Verlag, Stuttgart.
- BILAS, R.A.
Micro-economic Theory, (1971), McGraw Hill, New York.
- BOLDT, J.P. de
Critique économique du prix de revient industriel
(1966), Leuven.
- BÖHM, H.H.
Operationenforschung, (1961), Berlin - Baden-Baden.
- BÖHM, H.H. - WILLE, F.
Deckungsbeitragsrechnung und Optimierung, (1967)
München.
- BÖRNER, D.
Direct Costing als System der Kostenrechnung, (1961),
München.
- BOULDING, K.E.
Economic Analysis, (1951), Hamish Hamilton, London.
-----The Uses of Price Theory, (1963),
in: Models of Markets (Oxenfeldt, ed.) Columbia Univ.N.Y.

- BOULDING, K.E. - SPIVEY, W.A.
Linear Programming and the Theory of the Firm, (1960),
Macmillan, New York.
- BUSSMANN, K.F.
Industrielles Rechnungswesen, (1963), Poeschel Verlag,
Stuttgart.
- CHURCHMAN, R.W. - ACKOFF, R.L. - ARNOFF, E.L.
Introduction to Operations Research, (1957), Wiley,
London.
- DEAN, J.
Managerial Economics, (1957), Prentice Hall, Englewood
Cliffs, N.J.
- DEARDEN, J.
Cost and Budget Analysis, (1962),
Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- DELFGAAUW, G. Th.J.
Inleiding tot de economische wetenschap, (1965)
Den Haag.
- DORFMAN, R. - SAMUELSON, P.A. - SOLOW, R.M.
Linear Programming and Economic Analysis, (1958)
McGraw Hill, New York.
- DORFMAN, R.
The Price System, (1964) Prentice Hall, Englewood
Cliffs, N.J.
- DWARSWAARD, M.
Integrale en Variabele Kostencalculatie, (1965)
in: Maandblad voor Bedrijfs-administratie en -organisatie.
- FERGUSON, C.E.
Micro-economic Theory, (1966), R.Irwin, Homewood, III.
- GEERTMAN, J.A.
De leer van de marginale kostprijs, (1949), Elsevier,
Amsterdam.
- Der Betrieb und der Markt, (1963),
Verlag Neue Wirtschafts-briefe, Berlin.
- GRAY, A.
Development of Economic Doctrine, (1946),
Longmans, Green & Co. London.
- GRYPDONK, A.
Nomografische break-even programmering bij heterogene
productie, (1969), Hasselt.

- HEERTJE, A.
Het elasticiteitsbegrip in de theoretische economie,
(1957) Gorcum & Co. Assen.
- HENDERSON, J.M. - QUANDT, R.E.
Micro-economic Theory, (1958), McGraw Hill, New York.
- HORNGREN, Ch. T.
Cost Accounting; (1964), Prentice Hall, Englewood
Cliffs, N.J.
- HÜRLIMANN, W.
Lineare Programmierung, (1965), J.Schilling, Düsseldorf.
- KLUNDERT, Th.C.M.J. van de
Grondslagen van de economische analyse, (1968),
de Bussy, Amsterdam.
- KNOL, J.G.
Facetten van de moderne prijsstheorie, (1965), F. Bohn,
Haarlem.
- KOOPMANS, J.G.
Marginale kosten, marginale opbrengsten en optimale
productieomvang, (1944) in : Economische Opstellen,
F. Bohn, Haarlem.
- KOOPMANS, Tj.C.
Three essays on the state of economic science, (1957)
McGraw Hill, New York.
- LAWRENCE, F.C. - HUMPHREYS, E.N.
Marginal Costing, (1947), Macdonald & Evans, London.
- LESOURNE, J.
Economic Analysis and Industrial Management, (1963)
Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- LOHMANN, M.
Einführung in die Betriebswirtschaftslehre, (1949)
Tübingen.
- MEY, A.
Limpers waardeleer en haar betekenis, (1939)
in: Bedrijfseconomische Opstellen, P. Noordhoff,
Groningen.
- MEY, J.L.
Beschouwingen over aard en omvang van de winst, (1948)
in : Bedrijfseconomische Verkenningen, (1965), Den
Haag.
- MELLEROWICZ, K.
Neuzeitliche Kalkulationsverfahren, (1966), Freiburg i.B.

- PACK, L.
Die Elastizität der Kosten, (1966), Gabler Verlag,
Wiesbaden.
- POLAK, N.J.
Toenemende en afnemende meeropbrengst i.v.m. de kost-
prijs (1932) in: Bedrijfseconomische Studiën, F.Bohn,
Haarlem.
- SCHOUTEN, D.B.J.
Exacte economie, (1957), Stenfert Kroese, Leiden.
- SCHROEFF, H.J. van der
Kwantitatieve verhoudingen en economische proportiona-
liteit, (1955), Kosmos, Amsterdam.
-----Kwantitatieve verhoudingen, kosten en economische pro-
portionaliteit, (1967) Kosmos, Amsterdam.
-----Kosten en Kostprijs, (1963), Kosmos, Amsterdam.
-----Grensnutwaardeleer en Vervangingswaarde-theorie (1948)
in: Economie en Maatschappij, P.Noordhoff, Groningen.
- SCHUMPETER, J.A.
The Theory of Economic Development, (1949)
Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass.
-----Ten Great Economists, (1952)
Allen & Unwin, London.
-----History of Economic Analysis, (1954)
Oxford Univ. Press, New York.
- SCITOVSKY, T.
Welfare and Competition, (1964), Unwin Univ. Books,
London.
- SHILLINGLAW, G.
Cost Accounting, (1962), R.Irwin, Homewood, III.
- SLOT, R.
Kostenvariabiliteit en variabele-kostencalculatie,
(1964), Stenfert Kroese, Leiden.
- STACKELBERG, H. von
Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre,
(1948), Francke Verlag, Bern.
- THEIL, H. - BOOT, J.C.G. - KLOEK, T.
Voorspellen en Beslissen, (1964), Spectrum, Utrecht.
- VAJDA, S.
Readings in Linear Programming, (1958), Pitman, London.

STELLINGEN

I.

Voor abiturienten met een V.W.O.getuigschrift, die de studierichting der Economische Wetenschappen (niet: Econometrie en Actuariële Wetenschappen) willen volgen en tot de daarvoor geldende examens wenssen te worden toegelaten, dient niet uitsluitend Wiskunde I als dwingend te worden voorgeschreven, doch zou moeten gelden dat minstens Wiskunde I óf Economische Wetenschappen I óf Economische Wetenschappen II in hun vakkenpakket dient voor te komen.

II.

Een nog verdere besnoeiing van de studie der Klassieke Talen op het gymnasium lijkt een consequentie van de nutsidee ener prestatie maatschappij; zij betekent echter tevens een gevaarlijke reductie van het wetenschappelijk vereiste historiciteitsbesef, van het op de mens geconcentreerde norm- en waardegevoel, en levert een heilloze bijdrage tot de verdere ontworteling van onze cultuur.

III.

Naast de bedrijfseconomie als zodanig is de beoefening van de "Steuerbetriebslehre" of "Fiscal Economy" een noodzaak met name in verband met de toenemende betekenis van multinationale ondernemingen.

IV.

De gewenste verkorting van studieduur kan bevorderd worden door de invoering van een blokcurssysteem. Het inzicht in de samenhang der vakken - dat hierdoor verminderd dreigt te worden - dient dan zowel aan het begin alsook aan het eind van de opleiding speciale aandacht te verkrijgen.

V.

De gewenste grotere specialisatie in het Wetenschappelijk Onderwijs behoeft niet samen te gaan met vergroting van uitgaven mits het onderwijzend personeel werkzaam is aan meerdere instellingen, het Amerikaanse creditpoint-systeem wordt ingevoerd en gebruik wordt gemaakt van het in de vorige stelling vermelde blokcurcus-systeem.

VI.

Meer dan thans het geval is dient het medisch specialisme van de preventie van hartaandoeningen gecoördineerd te worden met de managementleer der bedrijfseconomie.

Stellingen behorend bij "Knelpunt en Kostprijs", proefschrift van
A.G.Vissers.

ERRATA

Behorend bij "Knelpunt en Kostprijs", proefschrift van A.G.Vissers.

Pag.

- 21 figuur I boven: op abscis Q_y i.p.v. O_y
 onder: op ordinaat $\frac{dx}{dy}$; $\frac{x}{y}$ i.p.v. (x)
- 31 figuur IV en V : op ordinaat $\frac{dx}{dy}$; $\frac{x}{y}$
- 45 regel 5 : figuur VII i.p.v. figuur I
- 48 regel 22: vergelijking i.p.v. functie.
- 67 regel 16: toevoegen in rechterlid de kolomvector $(x_1 ; x_2)$
- 82 regel 22: die i.p.v. welke
- 100 regel 4 : het spiegelbeeld i.p.v. de reciproke

Bibliotheek K. U. Brabant



17 000 01057657 8

CB
23

D
07